

Sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades

¿Te has encontrado alguna vez en una situación en la que tenías que lograr dos objetivos a la vez? Los sistemas de ecuaciones y desigualdades son útiles para hallar un conjunto de valores que cumpla dos restricciones al mismo tiempo. En esta unidad, explorarás cómo resolver sistemas de ecuaciones y desigualdades utilizando diferentes estrategias. También analizarás la estructura de las ecuaciones de un sistema para decidir qué método de resolución elegir.

Preguntas esenciales

- ¿Cómo puedes resolver sistemas de ecuaciones y desigualdades haciendo operaciones con los signos y empleando gráficas?
- ¿Cómo puedes utilizar las estructuras de las ecuaciones, las herramientas disponibles y tus preferencias matemáticas personales para seleccionar estratégicamente un método de resolución?
 - ¿Cómo pueden representarse las restricciones mediante sistemas de ecuaciones o desigualdades?

Hay muchas maneras diferentes de resolver problemas y acertijos utilizando las matemáticas. Veamos algunas estrategias para determinar los valores de las figuras de un acertijo.

Estrategia 1: Buscar filas/columnas de una sola figura

Si conocemos el valor de dos corazones, podemos determinar el valor de un corazón e introducir ese valor en las otras partes del acertijo.

Estrategia 2: Introducir los valores de figuras conocidas para determinar los valores que faltan

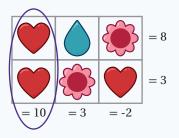
Si conocemos el valor de una estrella, podemos introducir ese valor en otras partes del acertijo.

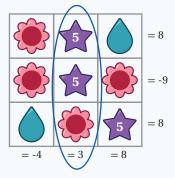
$$2(4) + 4 = 3$$

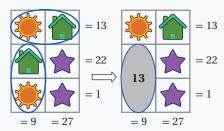
 $2(5) + 4 = 3$
 $10 + 4 = 3$
 $4 = -7$

Estrategia 3: Buscar patrones de figuras que se repiten

Si conocemos el valor de una combinación de figuras y vemos que se repite en el acertijo, podemos sustituir la combinación de figuras por ese valor.







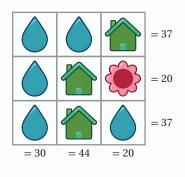
Prueba a hacer esto

Este es un acertijo de figuras. Se muestra la suma de cada fila y columna.

a Determina la solución de este acertijo.

Figura	Valor
Casa	
Flor	
Gota	

b Describe la estrategia que usaste.



Un <u>sistema de ecuaciones</u> son dos o más ecuaciones que representan las mismas restricciones utilizando las mismas variables. La <u>solución de un sistema de ecuaciones</u> es el par o los pares ordenados (x, y) que hacen que todas las ecuaciones del sistema sean verdaderas. Hay muchas soluciones en una ecuación lineal de dos variables, pero puede que solo haya una (o ninguna) solución en un sistema de ecuaciones lineales de dos variables.

Hay muchas estrategias para determinar el par ordenado que hace que las dos ecuaciones de un sistema sean verdaderas. Una estrategia se llama **eliminación** y consiste en sumar o restar las ecuaciones para producir una nueva ecuación con una sola variable. Veamos algunos ejemplos.

Si las ecuaciones del sistema comparten el mismo *coeficiente* con signos opuestos en la misma variable, puedes eliminar una variable sumando. Puedes resolver este sistema sumando para eliminar la variable *y*.

$$-2x + y = 9$$
+(8x - y = 3)
$$6x + 0 = 12$$

$$x = 2$$

$$-2(2) + y = 9$$

$$y = 13$$

Si las ecuaciones del sistema comparten el mismo *coeficiente* con los mismos signos en la misma variable, puedes eliminar una variable restando. Puedes resolver este sistema restando para eliminar la variable x.

$$x + 2y = 30$$

$$-(x + y = 23)$$

$$y = 7$$

$$x + (7) = 23$$

$$x = 16$$

Prueba a hacer esto

Este es un sistema de ecuaciones:

$$p + 3q = 14$$

$$p + 2q = 10$$

a Rodea con un círculo la acción o las acciones que pueden utilizarse para eliminar una variable de este sistema.

Suma

Resta

Ambas

Ninguna

b Determina la solución de este sistema de ecuaciones.

Puede ser útil escribir ecuaciones equivalentes cuando se utiliza la eliminación para resolver sistemas de ecuaciones. Puedes crear ecuaciones equivalentes multiplicando cada término de la primera o segunda ecuación por un número. Tu objetivo es acabar con un sistema de ecuaciones en el que una variable tenga coeficientes iguales u opuestos, de modo que puedas sumarlos o restarlos para eliminar una variable.

Este es un sistema de ecuaciones:

$$9x - 4y = 2$$
$$3x + y = 10$$

Puedes multiplicar la segunda ecuación por -3 para eliminar las variables x.

O puedes multiplicar la segunda ecuación por 4 para eliminar las variables y.

$$9x - 4y = 2$$

$$-3 (3x + y = 10)$$

$$9x - 4y = 2$$

$$+ -9x - 3y = -30$$

$$0 - 7y = -28$$

$$y = 4$$

$$3x + (4) = 10$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$9x - 4y = 2$$

$$4 (3x + y = 10)$$

$$9x - 4y = 2$$

$$+ 12x + 4y = 40$$

$$21x + 0 = 42$$

$$x = 2$$

$$9(2) - 4y = 2$$

$$18 - 4y = 2$$

$$-4y = -16$$

$$y = 4$$

Prueba a hacer esto

Resuelve este sistema de ecuaciones de dos formas diferentes.

Sistema de ecuaciones	Estrategia 1	Estrategia 2
4x + 3y = 3 $8x + y = 1$		
6x + y - 1		

Una estrategia que puedes utilizar para resolver un sistema de ecuaciones es la **sustitución**, en la que se sustituye una variable por una expresión equivalente. La sustitución es una estrategia útil cuando una variable ya está aislada en una ecuación.

Estos son dos ejemplos de sistemas de ecuaciones en los que la sustitución puede ser una estrategia útil.

En este sistema, las dos variables y ya están aisladas. Podemos usar la expresión -4x + 6 para sustituir y en la segunda ecuación.

$$y = -4x + 6$$

$$y = 3x - 15$$

$$y = 4x + 6$$

$$y = 3x - 15$$

$$-4x + 6 = 3x - 15$$

$$-7x = -21$$

$$x = 3$$

$$y = 3(3) - 15$$

$$y = -6$$

En este sistema de ecuaciones, y ya está aislada, por lo que podemos introducir la expresión 2x-5 en lugar de y en la primera ecuación.

$$-3x - 2y = 3$$

$$y = 2x - 5$$

$$y = 2x - 5$$

$$-3x - 2y = 3$$

$$-3x - 2(2x - 5) = 3$$

$$-3x - 4x + 10 = 3$$

$$-7x + 10 = 3$$

$$-7x = -7$$

$$x = 1$$

$$y = 2(1) - 5$$

$$y = -3$$

Prueba a hacer esto

a Determina la solución de este sistema de ecuaciones.

$$b = 3a - 8$$

$$2a + b = 2$$

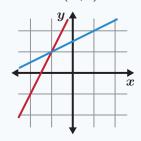
- **b** ¿En qué se parece la resolución de sistemas de ecuaciones por sustitución a la resolución por eliminación?
 - ¿En qué se diferencia?

Puedes resolver sistemas de ecuaciones utilizando estrategias como la eliminación, la sustitución o la representación gráfica.

En un plano de coordenadas, puedes ver la solución de un sistema de ecuaciones en el punto o los puntos donde se intersecan las dos rectas. Un sistema de ecuaciones lineales puede tener:

Una solución

Las rectas se intersecan en (-2, 2).

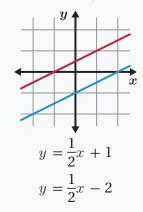


$$y = 2x + 6$$
$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

Las ecuaciones tienen diferentes pendientes e intersecciones con el eje y.

Ninguna solución

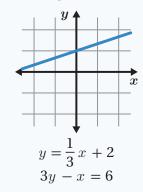
Las rectas son paralelas.



Las ecuaciones tienen la misma pendiente y diferentes intersecciones con el eje y.

Infinitas soluciones

Las rectas son iguales.



Las ecuaciones son equivalentes.

Prueba a hacer esto

Una ecuación de un sistema es y = 7x - 12.

Completa la tabla para crear sistemas con una solución, sin solución e infinitas soluciones.

	Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones
Sistema	y = 7x - 12	y = 7x - 12	y = 7x - 12

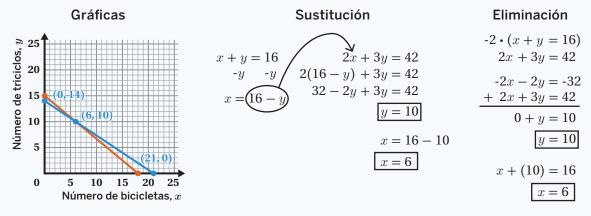
Los sistemas de ecuaciones pueden representar las *restricciones* de una situación. Existen diferentes formas de resolver sistemas de ecuaciones para determinar los valores que satisfacen estas restricciones.

Por ejemplo, una tienda de bicicletas fabrica bicicletas de 2 ruedas y triciclos de 3 ruedas. Esta semana tienen 42 ruedas y material suficiente para fabricar 16 bicicletas en total.

Este es un sistema de ecuaciones sobre esta situación:

$$x + y = 16$$
$$2x + 3y = 42$$

- x es el número de bicicletas
- y es el número de triciclos



El punto de intersección (6, 10) es la solución.

En esta situación, la solución x=6 y y=10 significa que la tienda de bicicletas utilizará todas sus ruedas y materiales si fabrica 6 bicicletas y 10 triciclos.

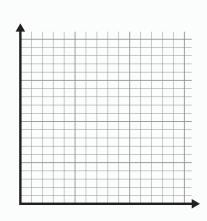
Prueba a hacer esto

Un nuevo edificio de apartamentos de 50 unidades tiene espacio para 80 plazas de estacionamiento. La ciudad exige 2 plazas de estacionamiento por cada apartamento de varios dormitorios y 1 plaza por cada apartamento de un dormitorio.

Esta situación puede modelarse mediante este sistema de ecuaciones, en el que x representa el número de apartamentos de varios dormitorios y y representa el número de apartamentos de un dormitorio.

$$x + y = 50$$
$$2x + y = 80$$

- a Grafica el sistema de ecuaciones. Incluye una escala para los ejes x y y.
- **b** ¿Qué representa la solución en esta situación?



Puedes escribir sistemas de ecuaciones que te ayuden a representar restricciones en situaciones del mundo real.

Estos son algunos aspectos que debes tener en cuenta al escribir un sistema de ecuaciones:

- Identificar las restricciones de la situación.
- Identificar qué representará cada variable.
- Determinar si quieres utilizar la forma estándar (Ax + By = C) o la forma pendiente-intersección (y = mx + b) para representar cada restricción.

Veamos un ejemplo. El arquitecto de un edificio de apartamentos tiene espacio suficiente para 50 apartamentos y 80 plazas de estacionamiento. La ciudad exige 2 plazas de estacionamiento por cada apartamento grande y 1 plaza por cada apartamento pequeño.

Restricciones

Hay espacio para 50 apartamentos y 80 plazas de estacionamiento.

 Cada apartamento grande tiene 2 plazas de estacionamiento y cada apartamento pequeño tiene 1 plaza de estacionamiento.

Variables

x representa el número de apartamentos grandes.

y representa el número de apartamentos pequeños.

Sistema de ecuaciones

$$x + y = 50$$

$$2x + y = 80$$

Prueba a hacer esto

El club de tejido vendió 40 bufandas y gorros en un festival de invierno y ganó \$700. Cada bufanda cuesta \$18 y cada gorro \$14.

a Si s representa el número de bufandas vendidas y h representa el número de gorros vendidos, ¿qué sistema de ecuaciones representa las restricciones en esta situación?

A.
$$40s + h = 700$$

 $18s + 14h = 700$

C.
$$s + h = 40$$

$$18s + 14h = 700$$

B.
$$18s + 14h = 40$$

 $s + h = 700$

D.
$$40(s+h) = 700$$

 $18s = 14h$

- **b** Resuelve el sistema de ecuaciones que elegiste.
- c Describe lo que significa la solución en esta situación.

Puedes resolver sistemas de ecuaciones empleando los signos, ya sea utilizando la sustitución o la eliminación. Identificar estructuras específicas en las ecuaciones puede ayudarte a decidir qué estrategia utilizar.

- Puede ser útil utilizar la sustitución cuando al menos una de las ecuaciones tiene una variable aislada o al menos una está en forma pendiente-intersección.
- Puede ser útil utilizar la eliminación cuando ambas ecuaciones tienen la misma forma o si las ecuaciones tienen un par de términos iguales u opuestos.

Al resolver un sistema de ecuaciones haciendo operaciones con los signos, a veces se eliminan todas las variables.

Ninguna solución

Cuando el resultado es un enunciado falso o el sistema de ecuaciones *no tiene solución*. Esto significa que las rectas son paralelas y nunca se intersecan.

$$y = 3x + 6$$
 $y = 3x - 6$
 $3x + 6 = 3x - 6$
 $3x + 12 = 3x$
 $12 = 0$

Infinitas soluciones

Cuando el resultado es un enunciado verdadero, el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones. Las ecuaciones son equivalentes y representan la misma recta.

$$2 \cdot (2x + 4y = 6)$$
$$-4x - 8y = -12$$
$$4x + 8y = 12$$
$$+ -4x - 8y = -12$$
$$0 + 0 = 0$$
$$0 = 0$$

Prueba a hacer esto

Estos son tres sistemas de ecuaciones.

a Encierra en un círculo la estrategia que utilizarías para resolver cada sistema de ecuaciones.

y = 3x - 10 $2x - 3y = 16$	y = 4x - 10 $y = x + 2$	9x + y = 25 $3x + 2y = 5$
Eliminación	Eliminación	Eliminación
Sustitución	Sustitución	Sustitución
Ambas	Ambas	Ambas
Ninguna	Ninguna	Ninguna

b Selecciona un sistema y resuélvelo utilizando la estrategia que hayas elegido.

Un sistema de desigualdades es un sistema de dos o más desigualdades que representan las restricciones de un conjunto compartido de variables.

Puedes utilizar distintas estrategias para determinar si un punto es una solución de un sistema de desigualdades.

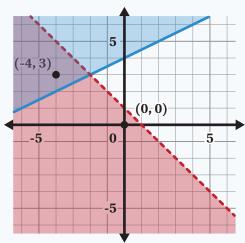
- Si el punto está en la región sombreada de ambas desigualdades, entonces es una solución del sistema.
- Si los valores de x y y del punto se introducen en ambas desigualdades y las desigualdades son verdaderas, entonces el punto es una solución del sistema.

Esta es una gráfica para este sistema de desigualdades.

$$x + y < 1$$
$$y \ge \frac{1}{2}x + 4$$

Puedes ver que el punto (-4, 3) es una solución porque está en la región sombreada de ambas desigualdades.

También puedes introducir puntos en ambas desigualdades para determinar si son soluciones. (0,0) no es una solución y (-4,3) sí lo es.



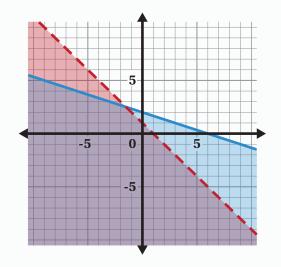
Prueba a hacer esto

Esta gráfica representa este sistema de desigualdades:

$$x + 3y < 6$$

$$x + y < 1$$

- a ¿Es el punto (1, 0) una solución del sistema?
- **b** Selecciona un punto que *no* represente una solución y demuestra que no es una solución.



Las soluciones de un sistema de desigualdades son todos los puntos que hacen que ambas desigualdades sean verdaderas. Las soluciones pueden verse en la región en la que se superponen las gráficas, denominada región solución.

Una estrategia para determinar la ubicación de la región solución consiste en probar un punto. Elige un punto que no esté en ninguna de las dos rectas límite, sustituye los valores x y y en cada desigualdad para ver si hace que el enunciado sea verdadero y sombrea cada región en función de los resultados de la prueba.

Veamos un ejemplo de este sistema de desigualdades:

$$3x + y \ge 6$$
$$y > x + 2$$

Puedes probar el punto (3, 2) como ayuda para determinar la región solución.

> Recta continua $3x + y \ge 6$ $3(3) + 2 \ge 6$ $11 \ge 6$

Sombrea el lado de la recta continua que incluye (3, 2)

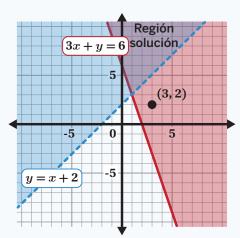
Verdadera √

Recta discontinua

$$y > x + 2$$

 $0 > 3 + 2$
 $0 > 5$
Falsa X

Sombrea el lado de la recta discontinua que no incluye (3, 2)



Prueba a hacer esto

Esta es una gráfica de este sistema de desigualdades:

$$3x + y \ge 6$$
$$y > x + 2$$

a Determina si cada punto es una solución del sistema. Encierra una opción en un círculo: Sí o No



Sí

No

(1, 6)

Sí

No

(3, 2)

Sí

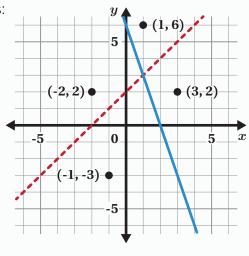
No

(-1, -3)

Sí

No





Puedes graficar un sistema de desigualdades lineales trazando la recta límite de cada desigualdad y probando un punto para determinar qué lado de las rectas límite sombrear.

Puedes utilizar diferentes estrategias como ayuda para representar gráficamente las rectas límite de las desigualdades.

- Una estrategia para graficar rectas límite escritas en forma pendiente-intersección (y = mx + b) es graficar la intersección con el eje y y usar la pendiente para determinar otros puntos.
- Una estrategia para representar gráficamente rectas límite escritas en forma estándar (Ax + By = C) consiste en trazar y conectar las intersecciones con el eje x y el eje y.

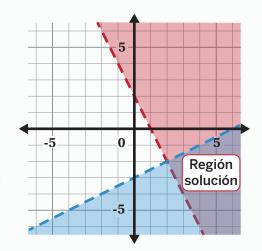
Si una desigualdad utiliza alguno de los símbolos ≤ o ≥, entonces la recta límite es continua y está incluida en la región solución. Si una desigualdad utiliza alguno de los símbolos < o >, entonces la recta límite es discontinua y no forma parte de la región solución.

También puedes escribir alguno de los símbolos de desigualdades lineales a partir de una gráfica. Utiliza las rectas límite y los puntos de prueba como ayuda para determinar los símbolos de desigualdad. Además, puedes utilizar puntos de prueba para comprobar la precisión de tu sistema de desigualdades.

Prueba a hacer esto

Esta es una gráfica de un sistema de desigualdades.

- Escribe el sistema de desigualdades que podría representar esta gráfica.
- Explica cómo decidiste qué símbolos de desigualdad utilizar.



Los sistemas de desigualdades pueden ayudarte a resolver problemas relacionados con restricciones del mundo real.

Este es un ejemplo de una tienda de jugos.

Puedes escribir y representar gráficamente un sistema de desigualdades para representar estas restricciones.

Sea x el número de envases de 12 onzas e y el número de envases de 16 onzas.

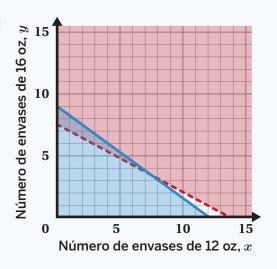
$$12x + 16y \le 144$$

$$2.50x + 4.50y > 33.50$$

Puedes representar gráficamente cada recta límite y utilizar el punto de prueba (2, 7) para ayudar a determinar la región solución.

Recta continua Recta discontinua 2.50x + 4.50y > 33.50 $12x + 16y \le 144$ 2.50(2) + 4.50(7) > 33.50 $12(2) + 16(7) \le 144$ 136 < 14436.50 > 33.50Verdadera ✓ Verdadera ✓ Sombrea el lado de la recta Sombrea el lado de la recta continua que incluye (2,7)discontinua que incluye (2, 7)

Una tienda de jugos tiene 144 onzas de jugo de naranja para poner en envases de 12 y 16 onzas. Ganan \$2.50 por cada envase de 12 onzas y \$4.50 por cada envase de 16 onzas. Tienen que ganar más de \$33.50 con el jugo.



Puedes utilizar la gráfica como ayuda para determinar algunas combinaciones posibles de envases de jugo de 12 y 16 onzas que cumplan las restricciones. Por ejemplo:

- Cero envases de 12 onzas de jugo y ocho envases de 16 onzas de jugo
- Cero envases de 12 onzas de jugo y nueve envases de 16 onzas de jugo
- Un envase de 12 onzas de jugo y ocho envases de 16 onzas de jugo

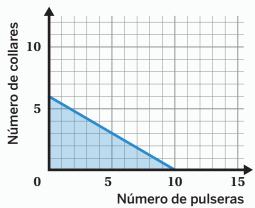
Prueba a hacer esto

Natalia quiere comprar pulseras y collares para regalar a sus amigas. Cada pulsera, b, cuesta \$3 y cada collar, n, cuesta \$5. Puede gastar no más de \$30 y necesita al menos 7 regalos.

Esta gráfica muestra una de las desigualdades que representan las restricciones en esta situación:

$$3b + 5n \le 30$$

- Escribe la segunda desigualdad que representa las restricciones en esta situación.
- **b** Grafica la desigualdad que escribiste.
- c Utiliza la gráfica para determinar dos posibles combinaciones de pulseras y collares que cumplan las restricciones.



Prueba a hacer esto | Clave de respuestas

Lección 1

- a Casa = 17, Flor = -7, Gota = 10
- b Las respuestas pueden variar.
 - Calcula primero el valor de las gotas porque la primera columna es solo gotas y tiene un total de 30. Si 3 gotas son 30, entonces una gota es 10.
 - Introduce el valor de la gota, 10, para hallar el valor de la casa en la primera fila.
 - Introduce el valor de la gota, 10 y el valor de la casa, 17, para hallar el valor de la flor.

Lección 2

- a Resta
- **b** p = 2, q = 4

Nota para cuidadores:

$$\begin{array}{c} p+3q=14 \\ \hline -(p+2q=10) \\ \hline q=4 \end{array} \qquad \begin{array}{c} \text{Resta la segunda ecuación a la primera para} \\ \text{eliminar } p. \end{array}$$

$$p+2(4)=10$$
 Después de hallar el valor de q , introduce ese $p+8=10$ valor en la ecuación $p+2q=10$ para determinar -8 -8 el valor de p . $p=2$

Lección 3

$$x = 0, y = 1$$

Nota para cuidadores:

Estrategia 1		Estrategia 2	
$4x + 3y = 3 \Rightarrow -2(4x + 3y = 3)$			4x + 3y = 3
8x + y = 1	8x + y = 1	$8x + y = 1 \Rightarrow -3(8x + y = 1)$	-24x - 3y = -3
Multiplica la primera ecuación	-5y = -5	Multiplica la segunda	-20x = 0
por -2 para eliminar x y	y = 1	ecuación por -3 para eliminar	x = 0
determinar el valor de y .	8x + (1) = 1	y y determinar el valor de x .	4(0) + y = 1
Introduce 1 en lugar de y para	-1 -1	Introduce $oldsymbol{0}$ en lugar de x	y = 1
determinar el valor de x .	8x = 0	para determinar el valor	
	x = 0	de y .	

Lección 4

a
$$a = 2, b = -2$$

Nota para cuidadores:

$$2a + (3a - 8) = 2$$

 $5a - 8 = 2$
 $+ 8 + 8$
 $5a = 10$

Introduce la expresión (3a - 8)en lugar de b en la ecuación 2a + b = 2 y luego determina el valor de a.

$$b = 3(2) - 8$$

 $b = 6 - 8$
 $b = -2$

Luego introduce el valor 2 en lugar de a y determina el valor de b.

b Las respuestas pueden variar.

a = 2

- · Ambas estrategias consisten en sustituir una variable por un valor para determinar el valor de la otra.
- Ambas estrategias conducen al desarrollo de nuevas ecuaciones.
- · La estrategia de eliminación consiste en sumar o restar ecuaciones.
- La estrategia de sustitución es útil cuando una variable ya está aislada en una o ambas ecuaciones.

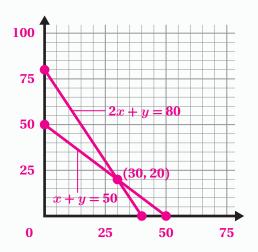
Lección 5

Las respuestas pueden variar. Se muestra un ejemplo en la tabla.

	Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones
	y = 7x - 12 $y = x - 4$	y = 7x - 12 $y = 7x - 1$	y = 7x - 12 2y = 14x - 24
Ecuación	Cualquier ecuación de la forma $y=mx+b$ en la que el coeficiente de x no sea 7 es correcta.	Cualquier ecuación de la forma $y = mx + b$ en la que el coeficiente de x sea 7 y la constante no sea -12 es correcta.	Cualquier ecuación equivalente a $y=7x-12$ es correcta.

Lección 6





(30, 20) representa que la ciudad construye 30 apartamentos de varios dormitorios y 20 apartamentos de un dormitorio.

Lección 7

a C.
$$s+h=40$$

 $18s+14h=700$

b
$$s = 35, h = 5$$

Nota para cuidadores:

$$s+h=40\Rightarrow -14(s+h=40)$$
 $-14s-14h=-560$
 $18s+14h=700$ $18s+14h=700$
Multiplica la primera ecuación por -14 $4s=140$
para eliminar la h y determinar el valor de s . $s=35$
Introduce 35 en lugar de s y determina el valor de h . $(35)+h=40$
 -35 -35
 $h=5$

c El club de tejido vendió 35 bufandas y 5 gorros.

Prueba a hacer esto | Clave de respuestas

Lección 8

a

y = 3x - 10 $2x - 3y = 16$	y = 4x - 10 $y = x + 2$	9x + y = 25 $3x + 2y = 5$
Eliminación	Eliminación	Eliminación
Sustitución	Sustitución	Sustitución
Ambas	Ambas	Ambas
Ninguna	Ninguna	Ninguna

b

•	y = 3x - 10 $2x - 3y = 16$	y = 4x - 10 $y = x + 2$	9x + y = 25 $3x + 2y = 5$
	(2, -4)	(4, 6)	(3, -2)

Lección 9

a No

Nota para cuidadores: El punto (1, 0) está en una recta límite discontinua, lo que significa que no está incluido en la región solución.

b Las respuestas pueden variar.

(-5, 5)

Nota para cuidadores:

$$(-5) + 3(5) < 6$$

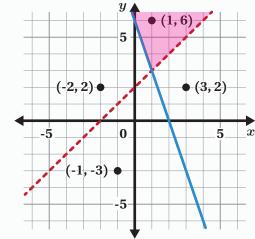
$$-5 + 15 < 6$$

10 < 6 Esto no es verdadero, por lo que (-5, 5) no es una solución.

Lección 10

- a (-2, 2): No
 - (1, 6): Sí
 - (3, 2): No
 - (-1, -3): No





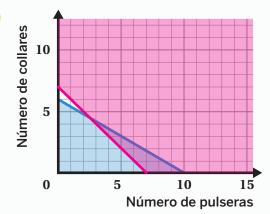
Lección 11

- a y > -2x + 2 (o equivalente)
 - $y < \frac{1}{2}x 3$ (o equivalente)
- **b** Las respuestas pueden variar. Las rectas límite son discontinuas, lo que significa que los símbolos de desigualdad solo pueden ser menor que (<) o mayor que (>).

Lección 12

a $b+n \ge 7$





c Las respuestas pueden variar. 6 pulseras y 2 collares, 7 pulseras y 1 collar.