

Unidad **2**



Ecuaciones lineales y desigualdades

En esta unidad, utilizarás lo que sabes sobre la resolución de ecuaciones y desigualdades de una variable para comprender las ecuaciones de varias variables y las desigualdades de dos variables.

Preguntas esenciales

- ¿Qué significa que algo sea una solución de una ecuación o desigualdad?
- ¿Cómo se relacionan las distintas representaciones de las ecuaciones o desigualdades?
- ¿Cómo se determina y grafica la solución de una desigualdad?



Resolver una ecuación significa tomar pasos para determinar una **solución**. Una solución de una ecuación es un valor que hace que la ecuación sea verdadera. Hay muchas maneras de resolver una ecuación, por ejemplo, trabajar en sentido contrario, aplicar operaciones inversas y operaciones que mantienen la ecuación equilibrada.

Estas son dos estrategias para resolver la ecuación $-4(x + 2) = 20$:

x	$x + 2$	$-4(x + 2)$
-7	-5	20

$$\begin{aligned} \frac{-4(x + 2)}{-4} &= \frac{20}{-4} \\ x + 2 &= -5 \\ -2 &-2 \\ x &= -7 \end{aligned}$$

Puedes verificar que el valor que has determinado es la solución de la ecuación introduciendo el valor en la ecuación para ver si la hace verdadera. La solución de la ecuación $-4(x + 2) = 20$ es $x = -7$ porque $-4(-7 + 2) = 20$ es un enunciado verdadero.

Prueba a hacer esto

Aquí tienes una ecuación: $-30 = 5(x - 2)$.

- a** Resuelve la ecuación. Usa la tabla si te ayuda con tu razonamiento.

x	$x - 2$	$5(x - 2)$

- b** Verifica tu solución.

Puedes resolver ecuaciones de una variable planteando *ecuaciones equivalentes*. Para plantear ecuaciones equivalentes, usa movimientos que mantengan equilibrada la ecuación, como combinar términos semejantes o usar operaciones inversas para mover una variable de un lado de la ecuación al otro.

Este es un ejemplo de una serie de movimientos de resolución que mantienen equilibrada una ecuación:

$$-3m + 5 + m = 2(6m + 3)$$

Esta es la ecuación original.

$$-2m + 5 = 12m + 6$$

Combinamos los términos semejantes a la izquierda y aplicamos la propiedad distributiva a la derecha.

$$5 = 14m + 6$$

Sumamos $2m$ a cada lado de la ecuación.

$$-1 = 14m$$

Restamos 6 a cada lado de la ecuación.

$$-\frac{1}{14} = m$$

Dividimos cada lado de la ecuación por 14.

Todas las ecuaciones planteadas en cada paso de este proceso de resolución son *ecuaciones equivalentes* porque tienen la misma solución: $m = -\frac{1}{14}$.

Prueba a hacer esto

Emma cometió un error al resolver la ecuación

$$\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 3x.$$

- a** Describe algo que Emma hizo bien.
- b** Encierra en un círculo el error y explícalo.
- c** Resuelve $\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 3x$.

Emma

$$\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 3x$$

$$x + 4 = -20 + 3x$$

$$x + 24 = 3x$$

$$24 = 2x$$

$$12 = x$$

No todas las ecuaciones lineales de una variable tienen una única solución. Algunas ecuaciones lineales tienen *infinitas soluciones* y algunas *no tienen solución*.

En el proceso de resolución, hay una diferencia entre las ecuaciones con una solución, ninguna solución o infinitas soluciones:

- En una ecuación con una solución, *un único valor* de x hace que la ecuación sea verdadera.
- En una ecuación sin solución, *ningún valor* de x hace que la ecuación sea verdadera.
- En una ecuación con infinitas soluciones, *cualquier valor* de x hace que la ecuación sea verdadera.

Estos son ejemplos de ecuaciones con una solución, sin solución y con infinitas soluciones.

Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones
$3x + 4 = 2x + 10$ $3x = 2x + 6$ $x = 6$	$2x + 4 = 2x + 10$ $4 = 10$ ¡Esto <i>nunca</i> es verdadero!	$2(x + 5) = 2x + 10$ $2x + 10 = 2x + 10$ $10 = 10$ ¡Esto <i>siempre</i> es verdadero!

Si la variable en una ecuación se elimina durante el proceso de resolución, la ecuación no tiene solución o tiene infinitas soluciones. Si el enunciado que queda es falso, la ecuación no tiene solución. Si el enunciado que queda es verdadero, la ecuación tiene infinitas soluciones.

Prueba a hacer esto

Agrupar las ecuaciones según su cantidad de soluciones.

$4t + 7 = 2(2t + 2)$ $4t = 6t$	$3x = 10 - 3x$ $5t + 7 = -3 + 5t$	$10 - 2(t + 5) = -2t$
-----------------------------------	--------------------------------------	-----------------------

Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones

Las ecuaciones lineales de dos variables pueden escribirse de distintas formas. A veces, las diferentes formas de una ecuación pueden revelar información útil para resolver problemas. Dependiendo de la información que busques, puedes utilizar una forma u otra.

Este es un ejemplo de dos ecuaciones equivalentes que representan el número posible de asientos y pasamanos en un vagón de metro cuyo suelo tiene una superficie de 300 pies cuadrados. Cada ecuación se escribe de forma diferente y proporciona información distinta sobre la situación. En cada ecuación, t es la capacidad de pasajeros sentados y d es la capacidad de pasajeros de pie.

$$4t + 2d = 300$$

- Cada asiento ocupa 4 pies cuadrados de espacio del suelo.
- Cada pasajero de pie requiere 2 pies cuadrados de espacio del suelo.
- La cantidad total de espacio del suelo es de 300 pies cuadrados.

$$d = 150 - 2t$$

- Cuando no hay asientos ($t = 0$), 150 pasajeros pueden ir de pie en el vagón.
- Por cada asiento que se añade, el espacio para pasajeros de pie disminuye en 2.



Prueba a hacer esto

Tiara está intentando ahorrar \$240 para comprar una nueva consola de videojuegos. Para ganar el dinero que necesita, trabaja en la piscina por \$8 la hora y da clases particulares de español por \$12 la hora.

Tiara escribió la ecuación $8p + 12t = 240$ para representar su situación.

a ¿Qué representan las variables p y t en la situación de Tiara?

b ¿Qué ecuación es equivalente a la ecuación de Tiara?

A. $t = 240 - 8p$

C. $t = 30 - \frac{3}{2}p$

B. $t = 20 - \frac{2}{3}p$

D. $t = -\frac{2}{3}p + 30$

Puedes resolver ecuaciones que contienen múltiples variables utilizando algunas de las estrategias para resolver ecuaciones con una variable. Estas estrategias incluyen trabajar en el sentido contrario, aplicar operaciones inversas y operaciones que mantienen la ecuación equilibrada.

Al resolver problemas que modelan situaciones del mundo real, puede ser útil reorganizar la ecuación para destacar una variable de interés o hacer los cálculos más sencillos. Reordenar las ecuaciones también puede revelar diferentes relaciones entre las variables y las cantidades que representan.

Aquí se muestra cómo podrías reordenar la ecuación $y = mx + b$ para despejar m o b .

Despejar m

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ y - b &= mx + b - b \\ \frac{y - b}{x} &= \frac{mx}{x} \\ \frac{y - b}{x} &= m \end{aligned}$$

Despejar b

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ y - mx &= mx + b - mx \\ y - mx &= b \end{aligned}$$

Reordenar ecuaciones en torno de una variable específica puede facilitar algunos cálculos. Por ejemplo, si conoces los valores de r y s en $6r + 4s = 240$, al despejar s puede ser más fácil probar diferentes valores de r y s para ver cómo influyen en el valor de s .

Prueba a hacer esto

Resuelve cada ecuación de la izquierda. Luego, utiliza la misma estrategia para resolver la ecuación de la derecha.

- a** Despeja t .

$$10 = 4 - 3t$$

$$10 = v - at$$

- b** Despeja m .

$$\frac{m}{3} + 7 = -4$$

$$\frac{m}{a} + t = h$$

Las ecuaciones, tablas y gráficas son formas diferentes de modelar una situación. La gráfica de una ecuación lineal representa todos los pares de valores que son soluciones de la ecuación (hacen que sea verdadera).

Las ecuaciones lineales pueden escribirse de formas diferentes, pero equivalentes. Reordenar ecuaciones ayuda a revelar nueva información, como la **intersección con el eje x** y la **intersección con el eje y** , que podemos ver en una gráfica, una tabla o la descripción de una situación.

Supongamos que un puesto de limonada vende el vaso de limonada a \$3 y galletas a \$2 cada una. El puesto ganó \$12. ℓ representa el número de vasos de limonada vendidos y c representa el número de galletas vendidas. Esta situación se puede representar de muchas formas diferentes:

Ecuación

$$3\ell + 2c = 12$$

Despeje de c en la ecuación

$$c = 6 - \frac{3}{2}\ell$$

Tabla

ℓ	0	2	4
c	6	3	0

Gráfica



Prueba a hacer esto

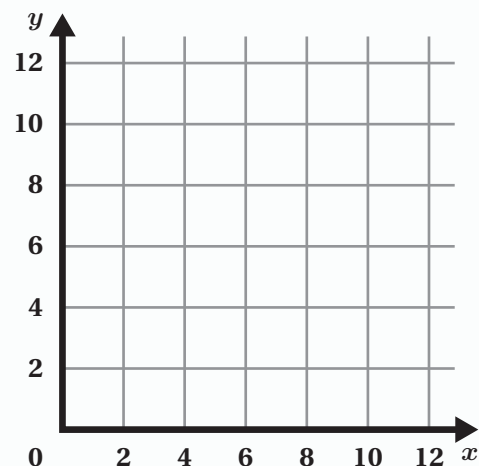
Aquí tienes una ecuación: $6x + 2y = 24$.

a Despeja y .

b Grafica la ecuación.

Usa la tabla si te ayuda con tu razonamiento.

x	y



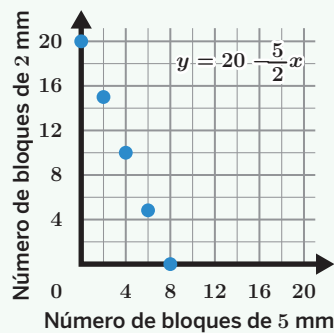
Hay muchas formas de representar una situación que incorpora dos variables. Cada una de estas representaciones está conectada y revela información sobre cómo se relacionan las cantidades de la situación.

Una descripción explica cómo se relacionan las cantidades de forma verbal o por escrito.

Por ejemplo: Un caracol tiene que cruzar un hueco de 40 mm de altura apoyado en bloques de 5 mm y de 2 mm.

Una gráfica indica la *pendiente* y la intersección con el eje y .

Esta gráfica muestra una pendiente de $-\frac{5}{2}$ e intersección con y en 20.



Una tabla revela varias combinaciones de bloques de 5 mm y 2 mm que permiten al caracol cruzar el hueco.

x	0	2	4	6
y	20	15	10	5

Los pares ordenados se pueden utilizar para hacer una gráfica o hallar la tasa de cambio (pendiente).

Las ecuaciones revelan cómo están relacionadas las variables. La forma estándar refleja el lenguaje de la situación. La forma pendiente-intersección muestra cómo cambia el número de bloques de 2 mm si se cambia el número de bloques de 5 mm.

Forma estándar

$$5x + 2y = 40$$

Forma pendiente-intersección (despeje de una variable)

$$y = 20 - \frac{5}{2}x$$

Prueba a hacer esto

Neel ganó 20 boletos en la feria para canjear por premios. Puede recibir una pegatina por 2 boletos y un lápiz por 3 boletos. Sea s el número de pegatinas y p el número de lápices que recibe Neel.

- Escribe una ecuación que represente cuántos premios de cada tipo puede recibir Neel.
- Despeja s .
- ¿Qué puedes determinar sobre la situación despejando s en la ecuación?

Podemos utilizar *desigualdades* para modelar situaciones con restricciones. Una **restricción** es una limitación de los valores posibles en un modelo o situación.

Este es un ejemplo de una situación, la restricción y la desigualdad que las modela.

Situación	Restricción	Desigualdad
Tasia va a pedir pizza para una fiesta. Cada pizza común cuesta \$12 y el servicio de entrega cuesta \$8.	Tasia puede gastar <i>hasta</i> \$140.	$12p + 8 \leq 140$ Donde p representa el número de pizzas.

Al escribir desigualdades para modelar situaciones, puedes usar los símbolos $>$, $\geq$, $<$ y $\leq$ para representar la naturaleza de la restricción. Términos como *mayor que*, *menor que*, *como máximo*, *como mínimo* o *hasta* pueden ayudarte a determinar qué símbolo de desigualdad utilizar.

Las restricciones modeladas por las desigualdades generan un conjunto de soluciones. Al usar desigualdades para modelar restricciones, es importante notar que no todas las soluciones de las desigualdades son soluciones viables o son lógicas en la situación.

Prueba a hacer esto

Valeria quiere donar \$120 como mínimo al banco de alimentos de su localidad. Ya lleva ahorrados \$64 y planea ahorrar \$8 cada semana.

a ¿Por qué la situación de Valeria es un ejemplo de restricción?

b Escribe una desigualdad que se ajuste a la situación de Valeria.

Usa w para representar el número de semanas que Valeria ahorrará \$8.

El conjunto de *soluciones* de una desigualdad contiene todos los valores que hacen que la desigualdad sea verdadera. Puedes representar un conjunto de soluciones en una recta numérica marcando el *punto límite* y luego sombreando la región de valores que hacen que la desigualdad sea verdadera. Para identificar el punto límite puedes resolver la ecuación que corresponde a la desigualdad. Luego, puedes probar uno o más valores para determinar si la *región solución* es mayor o menor que el punto límite.

Este ejemplo muestra cómo se determina y representa el conjunto de soluciones de $2x - 4 \geq 8$:

Determina el punto límite:

$$2x - 4 = 8$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

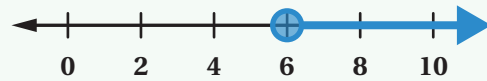
Determina todas las soluciones:

$$2x - 4 \geq 8$$

$$2(0) - 4 \geq 8$$

$$-4 \geq 8 \text{ ¡Falso!}$$

- 6 es el punto límite y el símbolo $\geq$ significa que está incluido en el conjunto de soluciones.
- Como este enunciado es falso cuando introducimos 0, sabemos que 0 no está en el conjunto de soluciones.



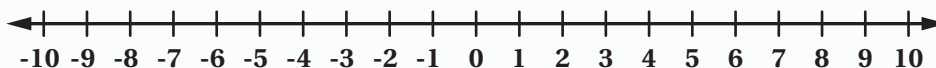
Cuando un punto límite no está incluido en el conjunto de soluciones, se representa con un círculo abierto en la recta numérica. Este es un ejemplo de la solución $-0.5 > x$ graficada en una recta numérica.



Prueba a hacer esto

Aquí tienes una desigualdad: $5 + 3x < 32$.

- Determina el punto límite.
- Grafica todas las soluciones de la desigualdad. Muestra o explica tu razonamiento.



Puedes resolver cualquier desigualdad de una variable resolviendo su ecuación correspondiente para determinar el punto límite y, luego, probando valores para determinar el resto de las soluciones.

Este es un ejemplo de cómo podrías resolver la desigualdad $10 > -3x - 2$.

Paso 1: Resuelve la ecuación correspondiente:

$$10 = -3x - 2.$$

La solución de esta ecuación es -4 , por lo que el punto límite es $x = -4$.

$$10 = -3x - 2$$

$$12 = -3x$$

$$-4 = x$$

Paso 2: Prueba valores para determinar el resto de las soluciones.

En este ejemplo, probamos $x = -5$ y $x = 0$.

Cuando $x = -5$, la desigualdad es falsa, por lo que $x = -5$ no es una solución. Esto significa que las soluciones son mayores que -4 .

$$x = -5$$

$$10 > -3(-5) - 2$$

$$10 > 13$$

¡Falso!

$$x = 0$$

$$10 > -3(0) - 2$$

$$10 > -2$$

¡Verdadero!

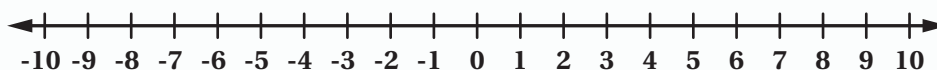
Las soluciones de una desigualdad no siempre tienen el mismo símbolo que la desigualdad original. Dado que las soluciones son *mayores que* -4 , el conjunto de soluciones puede escribirse como $-4 < x$ o $x > -4$.

Prueba a hacer esto

Esta es una desigualdad: $11 - 2x \geq 5$.

a Resuelve esta desigualdad.

b Grafica todas las soluciones de esta desigualdad.



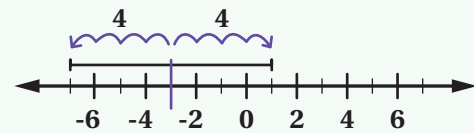
El *valor absoluto* de un número es su distancia del 0 en una recta numérica. Las ecuaciones con valores absolutos suelen tener dos soluciones porque, en general, hay dos números a la misma distancia de un número.

Por ejemplo, la ecuación $|x + 3| = 4$ tiene dos soluciones, $x = 1$ y $x = -7$, porque 1 y -7 están a 4 unidades de distancia de -3.

Puedes determinar las soluciones usando una recta numérica o resolviendo dos ecuaciones.

Para determinar las soluciones de una desigualdad con un valor absoluto, se puede:

- Paso 1: Resolver para determinar el valor de los puntos límite.
- Paso 2: Determinar si los puntos límite están incluidos en el conjunto de soluciones. 1 y -7 *no* se incluyen.
- Paso 3: Probar un valor entre los dos puntos límite para decidir qué valores hacen que la desigualdad sea verdadera.
- Paso 4: Graficar todas las soluciones.



$$|x + 3| = 4$$

$$\begin{array}{ll} x + 3 = 4 & -(x + 3) = 4 \\ x = 1 & x = -7 \end{array}$$

$$|x + 3| > 4$$

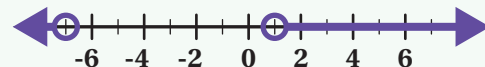
Puntos límite:

$$x = 1 \quad x = -7$$

Prueba $x = 0$:

$$|(0) + 3| > 4$$

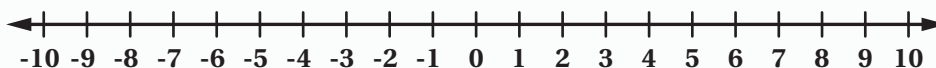
¡Falso!



Prueba a hacer esto

Esta es una desigualdad: $|x - 3| \leq 2$.

- Escribe cuatro soluciones de esta desigualdad.
- Grafica todas las soluciones de esta desigualdad. Muestra o explica tu razonamiento.



Podemos escribir la solución de una desigualdad de valor absoluto usando una **desigualdad compuesta** que une dos o más desigualdades con las palabras y u o. El uso de la palabra “y” indica que las soluciones están situadas entre los dos puntos límite. El uso de la palabra “o” indica que las soluciones están situadas a la izquierda de un punto límite y a la derecha del otro.

Estos son dos ejemplos de desigualdades de valor absoluto y sus soluciones escritas como desigualdades compuestas.

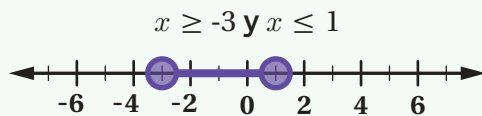
Y

$$|x + 1| \geq -2$$

$$x + 1 = -2 \quad -(x + 1) = -2$$

$$x = -3 \quad x = 1$$

$$|0 + 1| \geq -2 \text{ ¡Verdadera!}$$



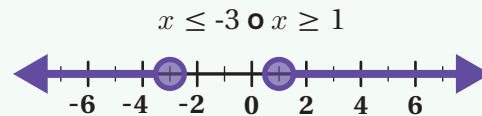
O

$$|x + 1| \geq 2$$

$$x + 1 = 2 \quad -(x + 1) = 2$$

$$x = 1 \quad x = -3$$

$$|0 + 1| \geq 2 \text{ ¡Falsa!}$$



Prueba a hacer esto

Asigna cada desigualdad de valor absoluto a sus soluciones.
Sobrarán un conjunto de soluciones.

$$x < 4 \text{ y } x > -5$$

$$x > 4 \text{ o } x < -5$$

$$x < -4 \text{ o } x > 5$$

$$x > -4 \text{ y } x < 5$$

$ 2x + 1 > 9$	$ 2x + 1 < 9$	$ 2x - 1 < 9$

Las soluciones de una desigualdad de dos variables son todos los pares ordenados que hacen que la desigualdad sea verdadera.

Este es un ejemplo de cómo puedes determinar si un par ordenado es solución de una desigualdad: Marco está haciendo pulseras. Cada pulsera debe costar no más de \$10. Las cuentas de planetas cuestan \$1 y las ovaladas cuestan \$2. Marco quiere saber si puede hacer una pulsera con 3 cuentas de planetas y 4 cuentas ovaladas.

Marco se pregunta si $(4, 3)$ es una solución a la desigualdad $2x + y \leq 10$, donde x representa el número de cuentas de \$2 e y representa el número de cuentas de \$1. Para comprobarlo, Marco introduce $x = 4$ e $y = 3$ en la desigualdad:

$$2(4) + (3) \leq 10$$

$$8 + (3) \leq 10$$

$$11 \leq 10 \quad \text{¡Falsa!}$$

Esto significa que $(4, 3)$ no es una solución y que Marco *no puede* hacer una pulsera con 3 cuentas de planetas y 4 cuentas ovaladas sin salirse del presupuesto.



Prueba a hacer esto

El Club de teatro gana \$5 por cada boleto de estudiante que vende, x , y \$7 por cada boleto de adulto, y . Quieren ganar \$180 como mínimo para comprar el vestuario de la próxima obra.

a ¿Qué desigualdad o ecuación representa esta situación?

A. $5x + 7y \leq 180$

B. $5x + 7y = 180$

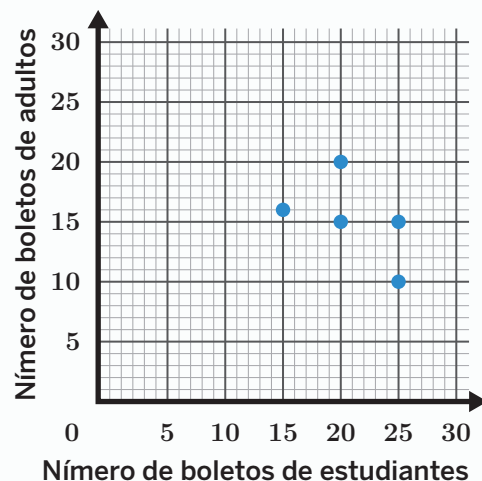
C. $5x + 7y \geq 180$

D. $7y = 5x + 180$

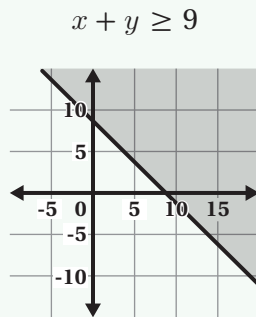
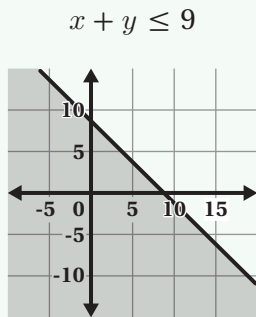
b Esta gráfica muestra algunas soluciones para la situación del Club de teatro.

Elige *una* solución.

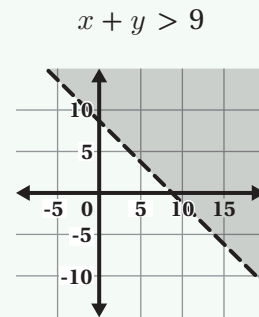
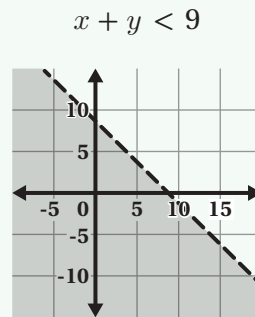
Demuestra que este punto es una solución de la desigualdad o ecuación que elegiste en el problema anterior.



Las soluciones de una desigualdad lineal de dos variables pueden representarse en una gráfica como un *semiplano*. Una **recta límite** separa el plano en la región que contiene las soluciones y la región que no las contiene. El área sombreada representa todas las soluciones, que son los valores de (x, y) que hacen que la desigualdad sea verdadera.



Una línea continua significa que los puntos de la recta límite *están* incluidos en las soluciones. Esto se representa con los símbolos $\leq$ y $\geq$.



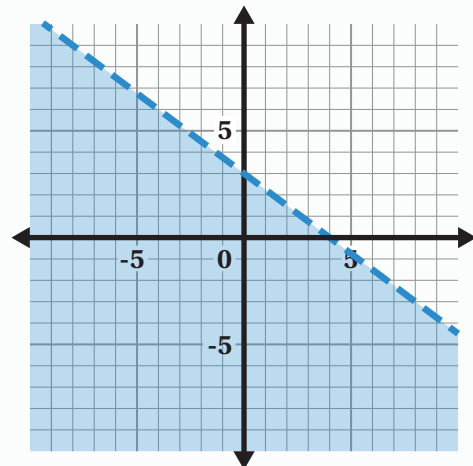
Una línea discontinua significa que los puntos de la recta límite *no* están incluidos en las soluciones. Esto se representa con los símbolos $<$ y $>$.

Para determinar cuál de los semiplanos es la **región solución**, puedes probar puntos a ambos lados de la *recta límite* para ver si hacen que la desigualdad sea verdadera o falsa.

Prueba a hacer esto

Esta es la gráfica de una desigualdad.

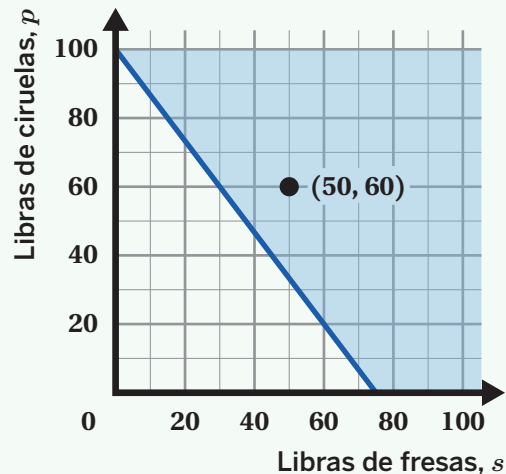
- a** ¿Cuál desigualdad representa esta gráfica?
- A. $3x + 4y < 12$ B. $3x + 4y \leq 12$
- C. $3x + 4y > 12$ D. $3x + 4y \geq 12$
- b** ¿Cómo cambiaría la desigualdad si la recta límite fuera continua en lugar de discontinua? Explica tu razonamiento.



Observar las soluciones de desigualdades de dos variables en una gráfica puede ayudarnos a comprender distintas situaciones.

Este es un ejemplo: Ángel gana \$4 por libra de fresas y \$3 por libra de ciruelas que vende. La desigualdad $4s + 3p \geq 300$ representa las libras de fresas, s , y las libras de ciruelas, p , que Ángel necesita vender para cumplir su objetivo de ganar \$300 como mínimo.

- Para determinar las soluciones de la desigualdad, grafica la ecuación correspondiente $4s + 3p = 300$.
- Decide si los puntos de la recta llegarán al objetivo observando el símbolo de desigualdad original.
- Luego, prueba un valor, como $(50, 60)$, para identificar la región solución. $4(50) + 3(60) \geq 300$
¡Verdadera!



Como el punto $(50, 60)$ hace verdadera la desigualdad, el *semiplano* que incluye $(50, 60)$ es la región solución. Así que cualquier combinación de fresas y ciruelas en la región coloreada, incluidas las de la recta, cumpliría el objetivo de Ángel.

Pero no todas las soluciones de la desigualdad serán lógicas en la situación. Por ejemplo, el punto $(90, -20)$ hace que la desigualdad sea verdadera, pero no es lógico que Ángel venda -20 libras de ciruelas.

Prueba a hacer esto

Un grupo de estudiantes va a acondicionar un jardín en su escuela. Un espacio de hortalizas cuesta \$15 por pie cuadrado y un espacio de flores, \$12 por pie cuadrado. Su presupuesto para el proyecto es de \$300.

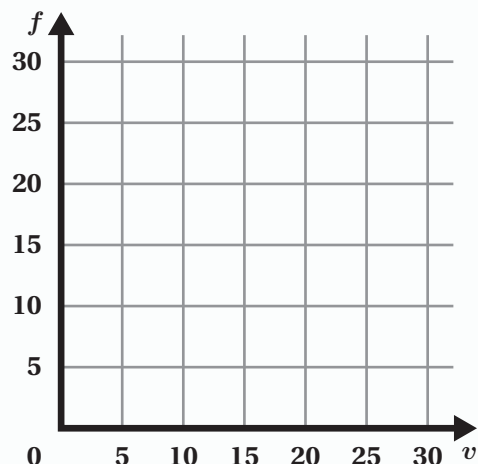
- a** Si $15v + 12f \leq 300$ representa esta situación, define v y f .

v representa ...

f representa ...

- b** Grafica la ecuación correspondiente:
 $15v + 12f = 300$.

- c** Colorea la región que representa las soluciones de la desigualdad $15v + 12f \leq 300$.



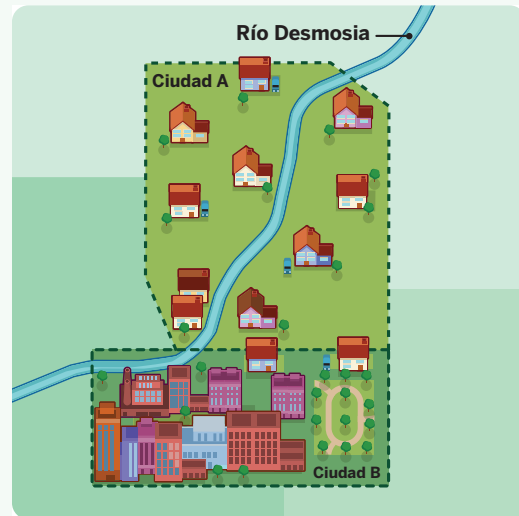
Podemos utilizar desigualdades lineales de dos variables para modelar restricciones de la realidad y entender problemas de la sociedad, como la distribución equitativa del agua.

Al modelar, a menudo tomamos una decisión inicial a partir de la información y las variables que conocemos. Sin embargo, si nos esforzamos, podríamos hallar variables adicionales para evaluar.

En el ejemplo de la distribución equitativa del agua, algunas variables adicionales que pueden tomarse en cuenta son las siguientes:

- La población de cada ciudad.
- La cantidad de tierra de cada ciudad.
- La cantidad de agua que utiliza cada ciudad.
- Cualquier predicción futura de cambio en el caudal del río.

Cuando evaluamos variables adicionales, tenemos la oportunidad de corregir nuestro modelo inicial para mejorarlo y hacerlo más preciso. Las variables adicionales, junto con atributos como la empatía, las experiencias personales y la capacidad de escuchar las experiencias de los demás, pueden ayudarnos a desarrollar mejores modelos que satisfagan las necesidades de los diversos grupos de individuos que componen una comunidad.



Prueba a hacer esto

Un teatro quiere pagar más a sus actores y al resto de sus trabajadores. Para ello, necesita ganar \$1,800 en la venta de boletos de cada función. Cada boleto de adulto cuesta \$12 y cada boleto de niño cuesta \$8.

- ¿Por qué querría alguien crear un modelo matemático para esta situación?
- Escribe una desigualdad para representar esta situación.
 - Usa x para representar el número de boletos de adulto vendidos.
 - Usa y para representar el número de boletos de niño vendidos.

Lección 1

a $x = -4$.

Nota para cuidadores: Una estrategia para resolver la ecuación consiste en determinar el orden de las operaciones para evaluar la expresión y luego hacer las operaciones inversas en el sentido contrario. Por ejemplo, dado que el último paso para evaluar $5(x - 2)$ es multiplicar por 5, el primer paso para resolver es dividir ambos lados por 5.

b $-30 = 5([-4] - 2)$

$$-30 = 5(-6)$$

$$-30 = -30$$

Lección 2

a Las respuestas pueden variar.

- Emma intentó multiplicar por 2 ambos lados porque $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.
- Sumó 20 a ambos lados porque $-20 + 20 = 0$.
- Restó x a ambos lados porque $x - x = 0$.

b Emma cometió un error en el primer paso al multiplicar -10 por 2 pero no por $3x$.

c $x = 4.8$ (o equivalente)

Nota para cuidadores: Esta es una forma de resolver la ecuación que se basa en la estrategia de Emma.

$$\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 3x$$

$$x + 4 = -20 + 6x$$

$$4 = -20 + 5x$$

$$24 = 5x$$

$$4.8 = x$$

Lección 3

Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones
$4t = 6t$ $3x = 10 - 3x$	$5t + 7 = -3 + 5t$ $4t + 7 = 2(2t + 2)$	$10 - 2(t + 5) = -2t$

Lección 4

- a** La variable p representa el número de horas que Tiara trabaja en la piscina.
La variable t representa el número de horas que trabaja dando clases de español.

b B. $t = 20 - \frac{2}{3}p$

Nota para cuidadores: Una estrategia para determinar qué ecuación es equivalente consiste en reescribir la ecuación en la forma $t =$.

$$8p + 12t = 240$$

$$12t = 240 - 8p$$

$$\frac{12t}{12} = \frac{240 - 8p}{12}$$

$$t = 20 - \frac{2}{3}p$$

Lección 5

- a** Izquierda: $t = -2$

Derecha: $t = \frac{10-v}{-a}$ (o equivalente)

Nota para cuidadores: Esta es una estrategia para resolver la ecuación de la derecha.

$$10 = v - at$$

$$10 - v = -at$$

$$\frac{10-v}{-a} = \frac{-at}{-a}$$

$$\frac{10-v}{-a} = t$$

- b** Izquierda: $m = -33$

Derecha: $m = a(h - t)$ (o equivalente)

Nota para cuidadores: Esta es una estrategia para resolver la ecuación de la derecha.

$$\frac{m}{a} + t = h$$

$$\frac{m}{a} = h - t$$

$$a\left(\frac{m}{a}\right) = a(h - t)$$

$$m = a(h - t)$$

Lección 6

a $y = 12 - 3x$ (o equivalente)

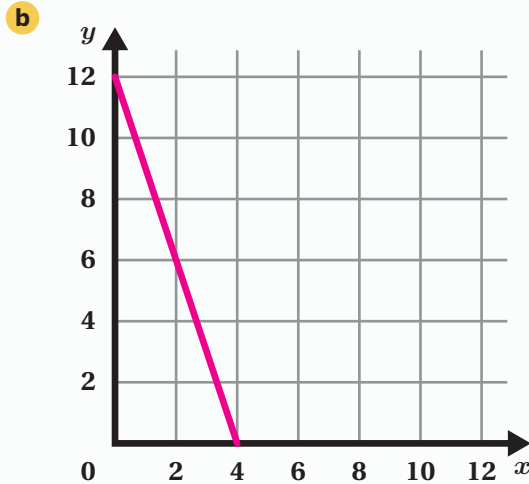
Nota para cuidadores: Esta es una manera de despejar y en la ecuación.

$$6x + 2y = 24$$

$$2y = 24 - 6x$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{24 - 6x}{2}$$

$$y = 12 - 3x$$



Nota para cuidadores: Estas son dos estrategias para graficar esta relación.

- Usa la ecuación $6x + 2y = 24$ para identificar la intersección con el eje x y la intersección con el eje y .

La intersección con x es el valor de x cuando $y = 0$. La intersección con el eje x es $(4, 0)$ porque $6x + 2(0) = 24$ y $6x = 24$. La intersección con el eje y es el valor de y cuando $x = 0$. Usando un razonamiento similar, la intersección con el eje y es $(0, 12)$.

- Usa la ecuación $y = 12 - 3x$ para identificar la intersección con el eje y y la pendiente. La intersección con el eje y es $(0, 12)$ y la pendiente es -3 .

Lección 7

a $20 = 2s + 3p$ (o equivalente)

b $10 - \frac{3}{2}p = s$ (o equivalente)

- c** *Las respuestas pueden variar. Al despejar s en la ecuación se sabe cuántas pegatinas puede recibir Neel si no recibe ningún lápiz. También muestra la pendiente de la gráfica porque la ecuación está en la forma pendiente-intersección.*

Lección 8

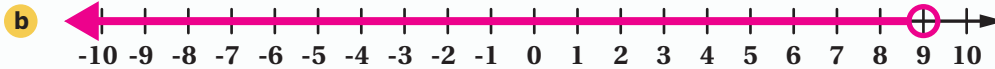
- a** *Las respuestas pueden variar. Valeria quiere donar \$120 como mínimo. Se trata de una restricción porque puede ahorrar más de esa cantidad, pero no menos.*

b $120 \leq 64 + 8w$ (o equivalente)

Lección 9

a $x = 9$.

Nota para cuidadores: Una estrategia para calcular el punto límite consiste en resolver la ecuación correspondiente, $5 + 3x = 32$.

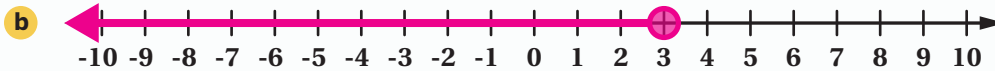


Las explicaciones pueden variar. Hay un círculo abierto en $x = 9$ porque ese es el punto límite, pero la desigualdad tiene el símbolo $<$, que significa que la desigualdad no es verdadera cuando $x = 9$. Si pruebas con $x = 0$, $5 + 3(0) < 32$ es verdadera, por lo que las soluciones incluyen $x = 0$ (y todos los números en la misma dirección).

Lección 10

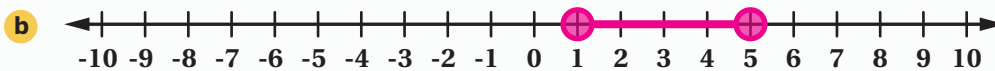
a $x \leq 3$.

Nota para cuidadores: Una estrategia para resolver esta desigualdad consiste en determinar el punto límite y luego probar valores. Para determinar el punto límite, resuelve la ecuación correspondiente $11 - 2x = 5$. Si pruebas con $x = 0$, $11 - 2(0) \geq 5$ es verdadera, por lo que las soluciones incluyen $x = 0$ (y todos los números en la misma dirección).



Lección 11

a Las respuestas entre 1 y 5 se consideran correctas.



Las explicaciones pueden variar. La ecuación $|x - 3| \leq 2$ indica que la distancia entre x y 3 tiene que ser menor o igual que 2. Los números que están exactamente a 2 unidades del 3 son 1 y 5. Como la distancia tiene que ser menor o igual que 2, cualquier número entre 1 y 5 es una solución.

Lección 12

$ 2x + 1 > 9$	$ 2x + 1 < 9$	$ 2x - 1 < 9$
$x > 4$ o $x < -5$	$x < 4$ y $x > -5$	$x > -4$ y $x < 5$

Lección 13

- a C. $5x + 7y \geq 180$
- b Las respuestas pueden variar. Una solución en la gráfica es (25, 10).
 $5(25) + 7(10) \geq 180$
 $125 + 70 \geq 180$
 $195 \geq 180$
¡Verdadera!

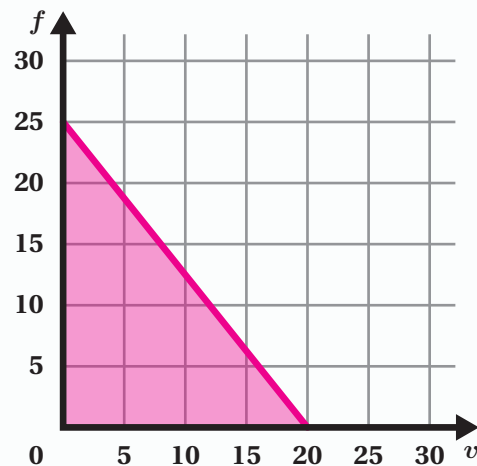
Lección 14

- a A. $3x + 4y < 12$
- b La ecuación sería $3x + 4y \leq 12$. Las explicaciones pueden variar. El símbolo $\leq$ significa menor o igual que, lo que indica que la recta límite está incluida en las soluciones de la desigualdad. La forma de mostrarlo en una gráfica es mediante una línea continua.

Lección 15

- a v representa el número de pies cuadrados de espacio de hortalizas que los estudiantes quieren acondicionar.
 f representa el número de pies cuadrados de espacio de flores que quieren acondicionar.

- b La gráfica muestra la respuesta.
- c La gráfica muestra la respuesta.



Lección 16

- a Las respuestas pueden variar. El teatro necesita ganar como mínimo una cierta cantidad de dinero (o más), por lo que podría ser útil plantear una desigualdad o hacer una gráfica para ver todas las combinaciones de boletos que podrían vender para ganar lo suficiente.
- b $12x + 8y \geq 1800$ (o equivalente)