

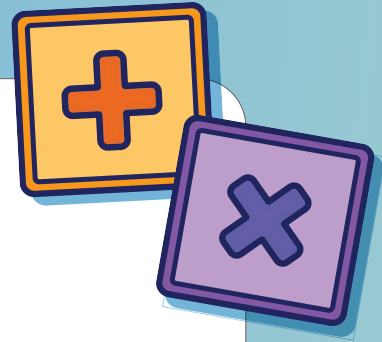
Unidad 1

Patrones y secuencias

¿Qué es una secuencia? En esta unidad utilizarás patrones, tablas y gráficas para comparar y contrastar secuencias aritméticas y geométricas. Describirás secuencias de forma recursiva utilizando la relación entre una salida y la siguiente o bien de forma explícita usando la relación entre una entrada y su salida.

Preguntas esenciales

- ¿Qué estrategias se pueden utilizar para hacer predicciones sobre secuencias?
- ¿Cómo pueden definirse las secuencias de forma recursiva y explícita?
- ¿Cómo pueden utilizarse las secuencias para modelar e interpretar situaciones en contexto?



Cuando intentas visualizar cómo crecerá un patrón, es útil contar con una serie de estrategias diferentes.

Aquí tienes las tres primeras figuras de un patrón y una tabla que muestra el número de baldosas en cada etapa. Se puede determinar cuántas baldosas habrá en la figura 7 de las siguientes maneras:

- Dibujando las cuatro figuras siguientes, añadiendo una fila de 3 cada vez.
- Continuando la tabla, aumentando el número de baldosas en 3 en cada nueva fila.
- Observando que el número de baldosas es 3 veces el número de la figura más 2, y luego calculando los baldosas de la figura 7.

Figura 1	Figura 2	Figura 3
		
Figura	Cantidad de baldosas	
1	5	
2	8	
3	11	

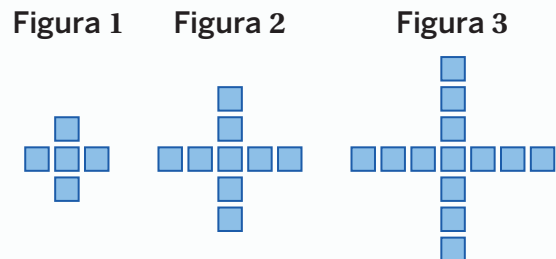
Prueba a hacer esto

Este es un patrón visual.

a Dibuja la figura 4.

b ¿Cuántas baldosas habrá en la figura 10?

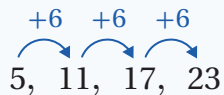
Explica tu razonamiento.



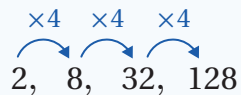
Una **secuencia** es una lista de números en un orden determinado.

Las secuencias pueden cambiar de formas predecibles. Dos ejemplos de cambio predecible son las diferencias constantes y las razones constantes.

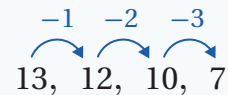
Una sucesión tiene una **diferencia constante** cuando la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera es la misma.



Una secuencia tiene una **razón constante** cuando la razón entre dos términos consecutivos cualesquiera es la misma.



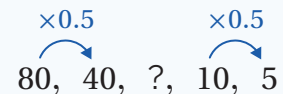
Las secuencias también pueden cambiar en formas predecibles que no son una diferencia constante ni una razón.



Una vez que sabes cómo cambia una secuencia, puedes usar ese cambio para determinar términos desconocidos.

Este es un ejemplo:

- Los términos conocidos de esta secuencia tienen una razón constante de 0.5.
- El valor del término desconocido debe ser 0.5 veces el término anterior, 40, o 2 veces el término posterior, 10.
- Esto significa que el término desconocido es 20.



Prueba a hacer esto

Esta es una secuencia.

5, 15, 45, ...

- ¿Esta secuencia tiene una razón constante o una diferencia constante?
- ¿Cuál es el siguiente término de la secuencia? Explica tu razonamiento.

Hay varias formas de definir o describir una secuencia. Al definir una secuencia de forma recursiva, se determina cada término usando el término anterior.

Una **definición recursiva** de una secuencia incluye un primer término y una regla para hallar cada término sucesivo.

Estos son algunos ejemplos de definiciones recursivas para esta secuencia:
32, 16, 8, 4, 2, 1, 0.5.

Primer término: 32

Regla: La mitad del término anterior

Primer término: 32

Regla: Razón constante de $\frac{1}{2}$

Primer término: 32

Regla: Multiplica el término anterior por 0.5

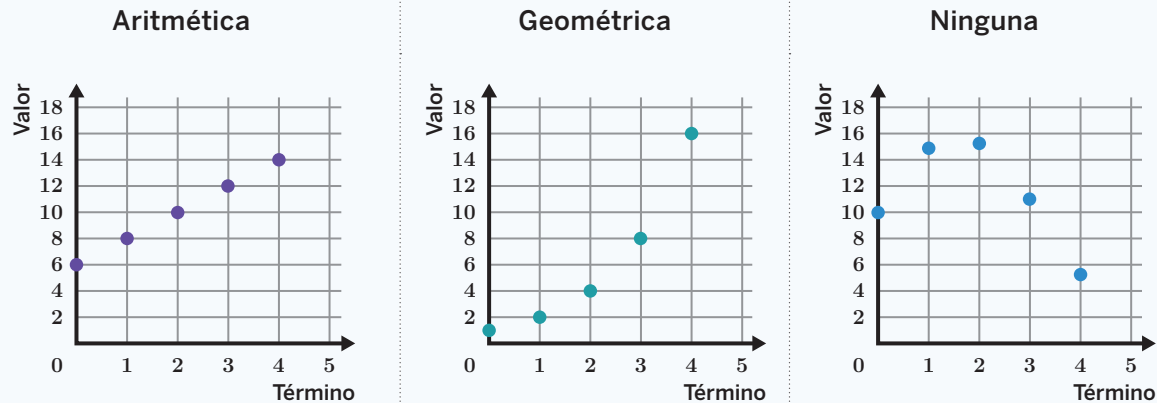
Prueba a hacer esto

Plantea tres definiciones recursivas diferentes de secuencias en las que el segundo término sea 10.

Secuencia:	Primer término	Regla
_____, 10, _____, _____, _____		
_____, 10, _____, _____, _____		
_____, 10, _____, _____, _____		

Las secuencias que cambian por una diferencia constante se denominan **secuencias aritméticas**, mientras que las secuencias que cambian por una razón constante se denominan **secuencias geométricas**.

Las secuencias pueden representarse de múltiples maneras: como una lista de números, en una tabla, en una gráfica o con una definición recursiva. En cada representación, hay formas de identificar si la secuencia es aritmética, geométrica o ninguna de las dos. Estos son algunos ejemplos de gráficas de diferentes tipos de secuencias.

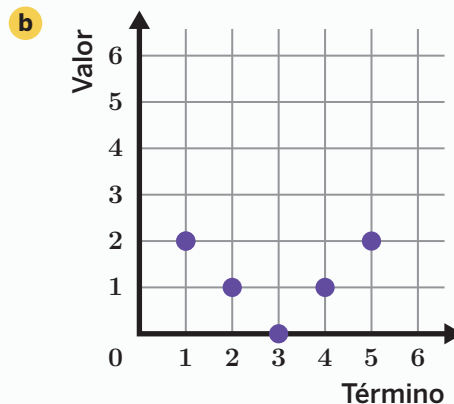


Prueba a hacer esto

Determina si cada secuencia es aritmética, geométrica o ninguna de las dos. Explica tu razonamiento.

a

Término	Valor
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40



c Primer término: 5
Regla: Divide el término anterior por 3.

Una **definición explícita** es una fórmula que determina el valor de cualquier término de una secuencia utilizando el número del término. Una definición explícita de una secuencia puede escribirse como una *expresión* o con palabras.

Estas son dos situaciones y las expresiones explícitas que las definen.

Situación: La familia de Julián está a 250 millas de casa. Conducen 50 millas en dirección a su casa cada n horas.

Expresión: $250 - 50n$

La expresión representa el número de millas a las que la familia de Julián está de su casa después de n horas.

- 250 representa la distancia inicial.
- -50 representa la distancia recorrida cada hora.
- $-50n$ representa la distancia total recorrida.
- n representa el número de horas que condujeron.

Situación: Un científico monitorea un grupo de 250 insectos en un montículo. Cada mes, el número de insectos aumenta 1.5 veces, durante n meses.

Expresión: $250 \cdot 1.5^n$

La expresión representa el número de insectos en el montículo después de n meses.

- 250 representa el número inicial de insectos.
- 1.5 representa la razón a la que los insectos crecen cada mes.
- n representa el número de meses.

Prueba a hacer esto

Cuando Saanvi se despertó había 8 pulgadas de nieve en el exterior. El pronóstico del tiempo predice que caerán aproximadamente 5 pulgadas de nieve cada hora durante el resto del día.

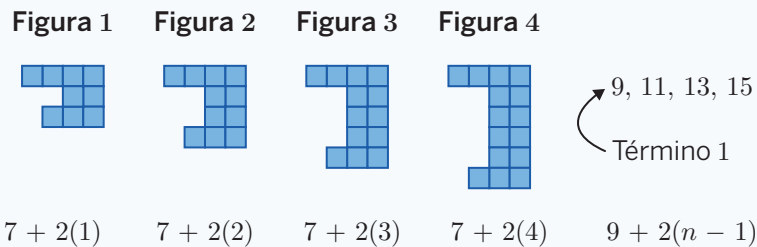
- a** Escribe una expresión explícita que represente el número de pulgadas de nieve después de n horas.

Usa una tabla si te ayuda con tu razonamiento.

- b** ¿Qué representa cada parte de tu expresión en esta situación?

Puedes escribir una expresión explícita para un patrón o una secuencia de múltiples formas equivalentes, simplemente tomando como referencia diferentes términos.

Este es un ejemplo de un patrón y su secuencia correspondiente.



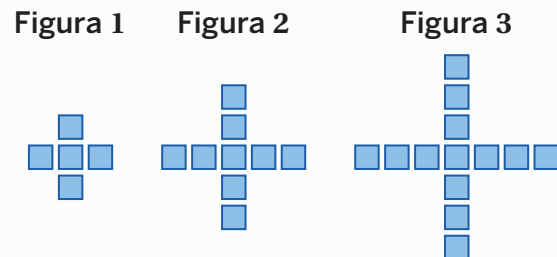
Una expresión que representa esta secuencia es $9 + 2(n - 1)$; esta expresión utiliza el 1.^{er} término como valor inicial y $n - 1$ para calcular el cambio.

La expresión $7 + 2n$ también representa esta secuencia: utiliza el término 0 como valor inicial y n para calcular el cambio.

Prueba a hacer esto

Selecciona *todas* las expresiones que podrían representar el número de baldosas en la figura n de este patrón.

- ☐ A. $n + 4$
- ☐ B. $4n + 1$
- ☐ C. $5 + 4(n - 1)$
- ☐ D. $9n - 4$
- ☐ E. $9 + 4(n - 2)$



Un **modelo** es una representación matemática (como una gráfica, una ecuación o una relación) de una situación. Puedes utilizar un modelo para hacer predicciones o tomar decisiones.

Por ejemplo, supongamos que un grupo de científicos monitorea la cantidad de algas en la superficie de un lago, en pies cuadrados, a lo largo de n semanas.

Semanas (n)	0	1	2	3	4
Cantidad de algas (pies cuadrados)	2	2.8	3.92	5.49	7.68

Los científicos modelan esta información con la expresión $2 \cdot 1.4^n$, que puede utilizarse para predecir cuántas algas habrá en las próximas semanas. Las predicciones pueden no ser del todo exactas porque algunos factores como el clima o la influencia humana pueden afectar el crecimiento de las algas. Además de que el modelo puede estar condicionado a un determinado tamaño del lago.

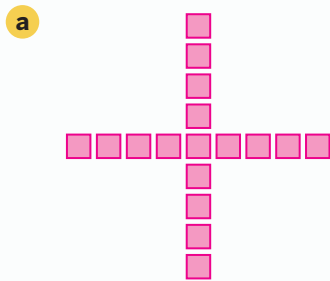
Ningún modelo matemático se aplica perfectamente a la vida real, pero los modelos pueden ser una herramienta eficaz. Además, podemos mejorar los modelos si incorporamos información adicional.

Prueba a hacer esto

Un parque de vehículos recreativos tiene 20 parcelas alquiladas. La empresa que lo administra espera que el número de parcelas alquiladas se duplique cada año hasta que el parque se llene.

- ¿Un modelo del número de parcelas alquiladas cada año sería aritmético, geométrico o ninguno de los dos? Explica tu razonamiento.
- Crea una expresión explícita para modelar el número de parcelas alquiladas al cabo de n años hasta que el parque se llene.

Lección 1



- b 41 baldosas. *Las explicaciones pueden variar.* Hay 4 grupos de 10 baldosas y 1 baldosa en el medio.

Lección 2

- a Razón constante
- b 135. *Las explicaciones pueden variar.* La secuencia tiene una razón constante de 3, así que para obtener el siguiente término, multiplica por 3. $45 \cdot 3 = 135$.

Lección 3

Las respuestas pueden variar.

- Primer término: 4. Regla: Suma 6 al término anterior.
- Primer término: 5. Regla: Razón constante de 2.
- Primer término: 20. Regla: Diferencia constante de -10.

Lección 4

- a Secuencia aritmética. *Las explicaciones pueden variar.* Existe una diferencia constante de 8 y al graficar los puntos se forma una recta.
- b Ninguna. *Las explicaciones pueden variar.* No hay ni una diferencia constante ni una razón constante. La diferencia entre el segundo y el tercer término es -1, pero la diferencia entre el tercer y el cuarto término es 1.
- c Secuencia geométrica. *Las explicaciones pueden variar.* Otra forma de pensar la división del término anterior por 3 es multiplicar por una razón constante de $\frac{1}{3}$.

Lección 5

- a $8 + 5n$ (o equivalente)
- b *Las respuestas pueden variar.* El 8 representa la cantidad de nieve inicial. Hay una diferencia constante de 5 pulgadas, por lo que habrá 5 pulgadas más de nieve cada hora durante n horas a partir de cuando Saanvi se despertó.

Lección 6

- B. $4n + 1$
- C. $5 + 4(n - 1)$
- E. $9 + 4(n - 2)$

Lección 7

- a *Las respuestas y explicaciones pueden variar.*
 - Geométrico. Como la empresa administradora espera que el número de parcelas alquiladas se duplique cada año, hay una razón constante de 2.
 - Ninguno de los dos. Aunque el número de parcelas se duplicará durante algún tiempo, al final el parque acabará por llenarse y el número de parcelas será constante.
- b $20 \cdot 2^n$ (o equivalente)