



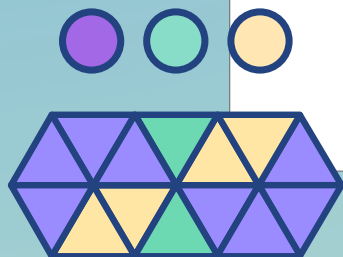
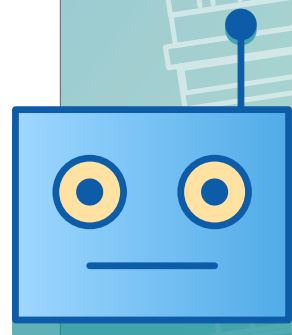
Unidad 1

Dibujos a escala

Las razones están por todos lados. Ya has utilizado razones para resolver todo tipo de problemas de la vida real. Pero, ¿qué tienen que ver las razones con la geometría? Explorarás cómo se utilizan las razones para cambiar el tamaño de imágenes y figuras, haciéndolas más pequeñas o más grandes. Cambiar el tamaño puede ayudarnos a entender mejor lo que vemos.

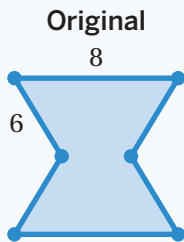
Preguntas esenciales

- ¿Cómo se puede saber si una figura es una copia a escala de otra figura?
- ¿Cómo se ven afectados los ángulos, longitudes y áreas cuando se crean copias a escala?
- ¿Cómo ayudan las escalas y los dibujos a escala a llevar el mundo a un tamaño más manejable?



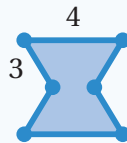
Las **copias a escala** tienen un aspecto similar a las figuras originales. Aunque su tamaño total puede cambiar, su forma no lo hace. Si una figura se ve aplastada o estirada en comparación con su original, es probable que no sea una copia a escala.

Sabemos que dos figuras son copias a escala cuando las longitudes de sus lados correspondientes son **proporcionales** o forman *razones equivalentes*. Esto significa que la proporción de dos lados en la figura original es equivalente a la razón de los mismos dos lados en la copia.



Dos de los lados de esta figura tienen una razón de $\frac{6}{8}$. Las copias a escala deben tener una razón equivalente.

Es una copia a escala



La razón aquí es de $\frac{3}{4}$. Es una copia a escala porque la razón es equivalente a la de la figura original.

No es una copia a escala



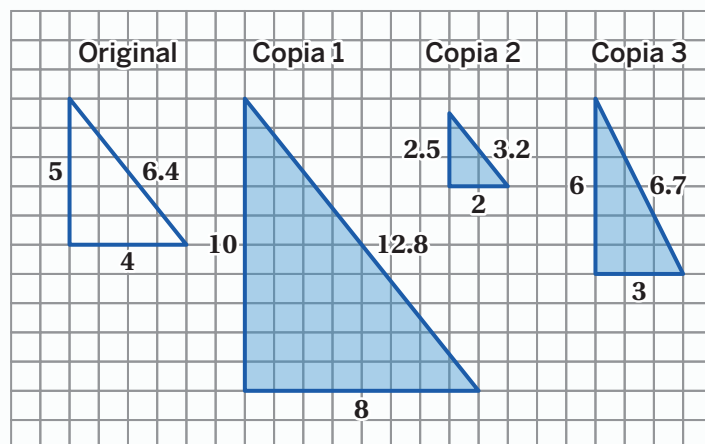
La razón aquí es de $\frac{4}{4}$. No es una copia a escala porque esta razón no es equivalente a la de la figura original.

Prueba a hacer esto

Aquí hay un triángulo y tres copias.

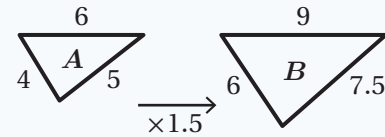
Selecciona *todos* los triángulos que sean copias a escala del original.

- ☐ A. Copia 1
- ☐ B. Copia 2
- ☐ C. Copia 3



Cuando creamos copias a escala, el **factor de escala** es el número por el que se multiplica cada longitud de la figura original para producir la copia a escala.

Por ejemplo, el factor de escala del triángulo *A* al triángulo *B* es 1.5.



Otra forma de ver el factor de escala es buscar la razón entre los lados *correspondientes* de las dos figuras. La razón entre la nueva longitud y la longitud original es el factor de escala.

En el triángulo *A* y el triángulo *B*, las razones son $\frac{9}{6}$, $\frac{7.5}{5}$ y $\frac{6}{4}$. Dado que todas esas razones son equivalentes, cualquiera de estas puede usarse como factor de escala. También se puede usar otra razón equivalente como factor de escala, por ejemplo $\frac{3}{2}$ o 1.5.

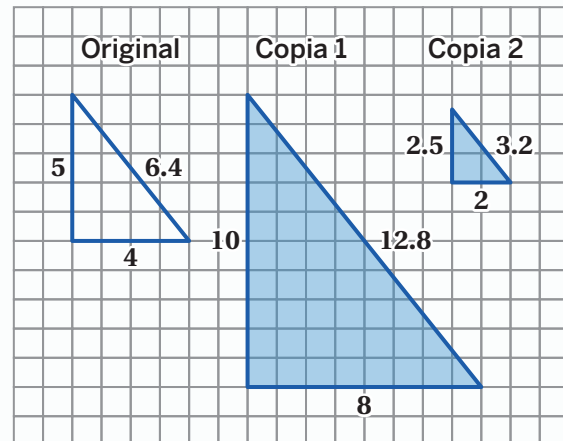
Prueba a hacer esto

Aquí hay un triángulo y dos copias a escala.

¿Cuál es el factor de escala de la figura original a la

a copia 1?

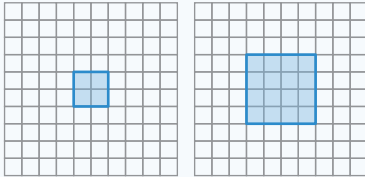
b copia 2?



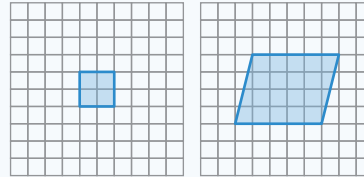
Para crear una copia a escala, multiplicamos todas las longitudes de la figura original por el mismo *factor de escala*. Esto creará nuevas longitudes de lado, manteniendo las medidas de ángulo y la razón entre lados iguales a los de la figura original.

Para dibujar una copia a escala precisa, es útil usar herramientas de medición o una cuadrícula para asegurarse de que el dibujo tenga los ángulos y longitudes de lado correctos.

Son copias a escala

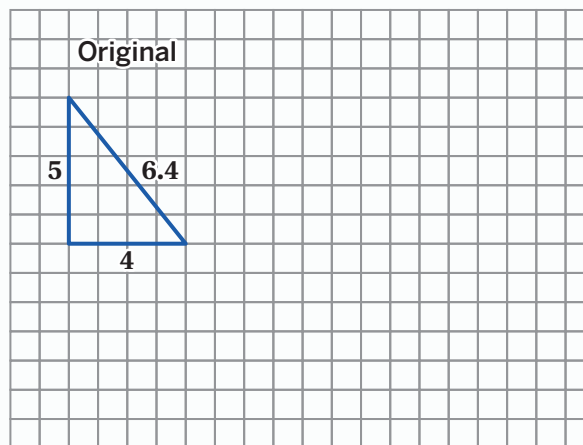


No son copias a escala



Prueba a hacer esto

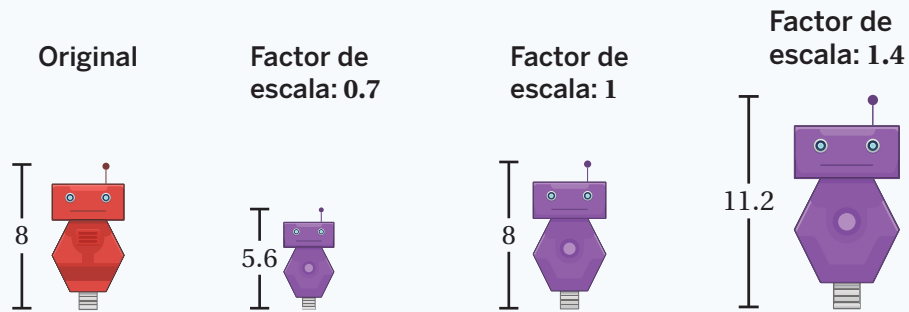
Dibuja una copia a escala del triángulo original usando un factor de escala de 1.5.



Puedes utilizar diferentes factores de escala para crear copias más pequeñas, más grandes o del mismo tamaño que el original.

Si el factor de escala es:

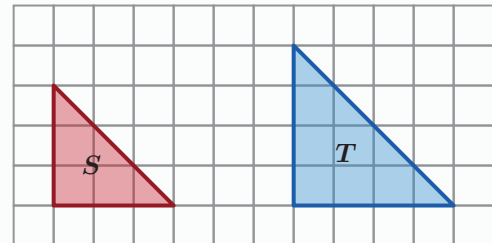
- *Menor* que 1, la copia será *más pequeña* que el original.
- *Igual* a 1, la copia será *del mismo tamaño* que el original.
- *Mayor* que 1, la copia será *más grande* que el original.



Prueba a hacer esto

El triángulo T y el triángulo S son copias a escala el uno del otro.

- a** ¿Cuál es el factor de escala que lleva el triángulo S al triángulo T ?



- b** ¿Cuál es el factor de escala que lleva el triángulo T al triángulo S ?

El factor de escala describe cómo cambian las longitudes de los lados de una figura cuando se lleva a otra escala, pero no describe directamente cómo cambiará el área. Puedes usar el razonamiento sobre el factor de escala para hallar el área de una copia a escala. Estas son algunas estrategias para hallar el área de una copia a escala:

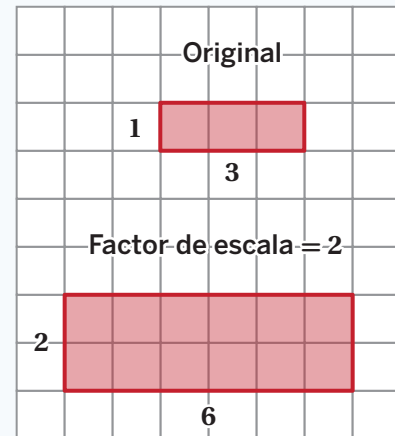
Llevar las longitudes de los lados a otra escala

- Se multiplica la longitud de cada lado por el factor de escala.
 $1 \cdot 2 = 2$
 $3 \cdot 2 = 6$
- Se calcula el área.
 $2 \cdot 6 = 12$

Elevar al cuadrado el factor de escala

- Se determina el área del original.
 $1 \cdot 3 = 3$
- Se eleva al cuadrado el factor de escala.
 $2 \cdot 2 = 4$
- Se multiplica el área original por el factor de escala al cuadrado. $3 \cdot 4 = 12$

Podemos usar una de estas estrategias para determinar que el área de esta copia a escala es de 12 unidades cuadradas.



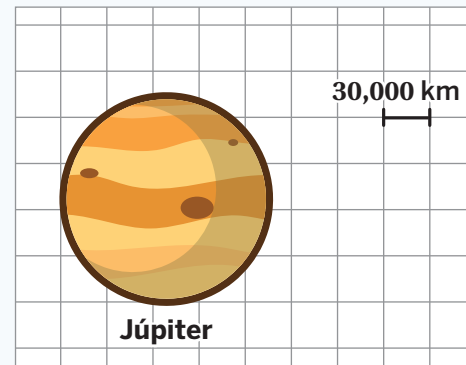
Prueba a hacer esto

Un rectángulo mide 2 unidades de ancho y 5 unidades de largo. ¿Cuál es el área de la copia a escala del rectángulo con un factor de escala de 3?

Algunos objetos son tan grandes o tan pequeños que es difícil hallar el factor de escala adecuado para representarlos en un dibujo. En su lugar, podemos usar una **escala** para indicar cómo se representan las medidas reales en un dibujo.

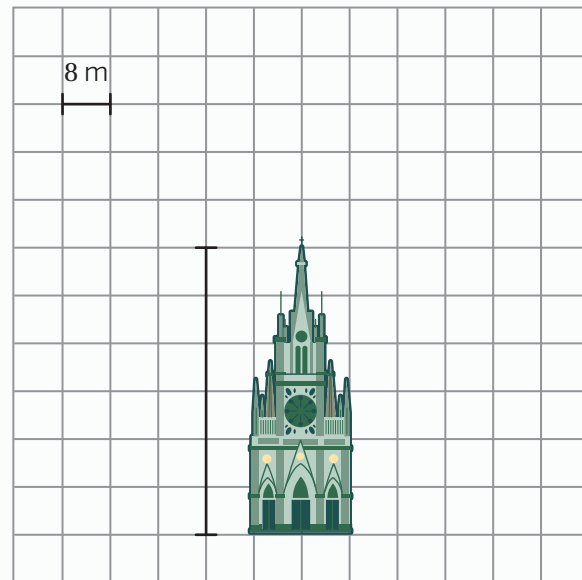
Una escala a menudo se muestra con un segmento de recta que indica la distancia que representa 1 unidad en el dibujo en el objeto real. Las escalas también pueden escribirse en unidades de medida, como pulgadas o centímetros.

Por ejemplo, este dibujo de Júpiter utiliza una escala de 1 unidad a 30,000 kilómetros. Esto significa que cada 1 unidad del dibujo representa 30,000 kilómetros. Dado que el diámetro de Júpiter es de aproximadamente 4.5 unidades en la cuadrícula, el diámetro real de Júpiter es de aproximadamente $30000 \cdot 4.5 = 135000$ kilómetros.



Prueba a hacer esto

Este es un dibujo a escala del Santuario de Las Lajas en Nariño, Colombia. Usa el dibujo para estimar la altura real del edificio.



Los dibujos a escala son representaciones bidimensionales de objetos o lugares reales. Los planos y los mapas son ejemplos de dibujos a escala que quizás hayas visto antes.

En un dibujo a escala:

- Cada parte del dibujo corresponde a una parte del objeto real.
- Las distancias en el dibujo son proporcionales a sus distancias correspondientes en la vida real.
- Una *escala* indica cómo se representan las medidas reales en el dibujo. Por ejemplo, si un dibujo tiene una escala de "1 pulgada a 8 pies", entonces un segmento de recta de 0.5 pulgadas en ese dibujo representaría una distancia real de 4 pies.

Prueba a hacer esto

Xavier dibujó un plano de su salón de clase usando la escala 1 pulgada : 6 pies. El dibujo de Xavier mide 4 pulgadas de ancho y $5\frac{1}{2}$ pulgadas de largo. ¿Cuáles son las dimensiones del salón de clase real?

Al crear dibujos a escala, puedes seleccionar cualquier escala que funcione para el espacio que tienes disponible.

No importa qué escala selecciones o el tamaño del espacio con el que estés trabajando, un dibujo a escala preciso siempre debe tener la misma forma y ángulos que la figura original.

Cuando selecciones una escala, asegúrate de multiplicar cada longitud del dibujo por el mismo factor de escala.

Aquí hay dos maneras de determinar las medidas de un dibujo a escala de Nuevo México usando la escala 1 pulgada a 20 millas.



Longitud real: 371 millas

$$371 \div 20 = 18.55$$

Longitud del dibujo: 18.55 pulgadas

Ancho real: 344 millas

$$344 \div 20 = 17.2$$

Ancho del dibujo: 17.2 pulgadas

$$1 \div 20 = 0.05$$

Las medidas en el dibujo a escala serán 0.05 veces la longitud real.

Longitud real: 371 millas

$$371 \cdot 0.05 = 18.55$$

Longitud del dibujo: 18.55 pulgadas

Ancho real: 344 millas

$$344 \cdot 0.05 = 17.2$$

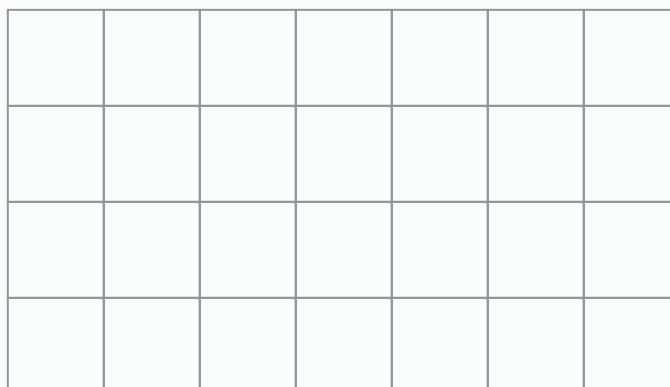
Ancho del dibujo: 17.2 pulgadas

Prueba a hacer esto

Xavier dibujó un plano de su salón de clase usando la escala 1 pulgada : 6 pies. Una mesa del salón de clase mide 3 pies de ancho y 6 pies de largo.

a ¿Cuál debería ser el tamaño de la mesa en el dibujo a escala?

b Crea un dibujo a escala de la mesa usando la misma escala que usó Xavier. Cada cuadrado de la cuadrícula tiene una longitud de lado de $\frac{1}{2}$ pulgada.



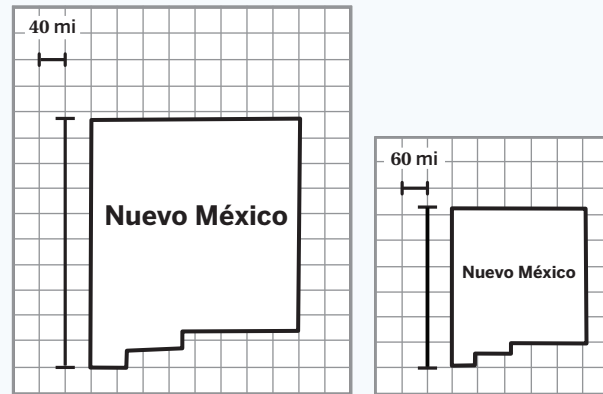
Podemos representar un lugar u objeto mediante muchos dibujos a escala diferentes. Cambiar la escala cambiará el tamaño del dibujo a escala.

Aquí hay dos dibujos a escala de Nuevo México.

El primer dibujo usa una escala de 1 unidad a 40 millas y el segundo dibujo usa una escala de 1 unidad a 60 millas.

Cuando representamos una distancia mayor para cada unidad en la escala, el tamaño del dibujo disminuye. Esto se debe a que se necesitan menos unidades para representar la distancia total.

Por ejemplo, en el primer dibujo, se necesitan 3 unidades para representar una distancia de 120 millas. En el segundo dibujo, se necesitan 2 unidades para representar la misma distancia en la vida real.



Prueba a hacer esto

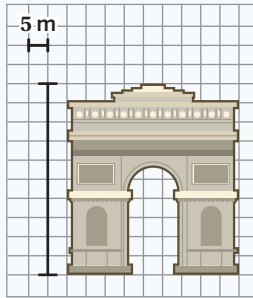
Xavier dibujó un plano de su salón de clase usando la escala 1 pulgada : 6 pies. Quiere hacer un dibujo a escala más grande del mismo salón de clase. ¿Cuál de las siguientes escalas podría usar?

- A. 2 pulgadas : 12 pies B. 1 pulgada : 5 pies C. 2 pulgadas : 15 pies

Explica tu razonamiento.

Aquí hay un dibujo a escala con una escala de 1 unidad a 5 metros.

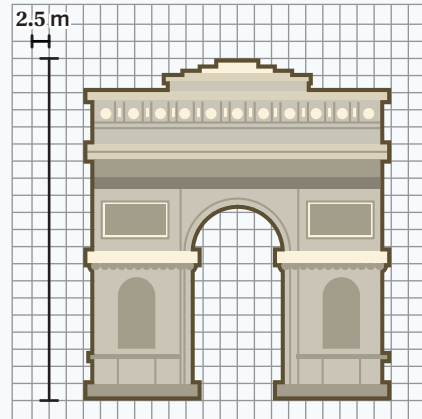
Si desearas cambiar esto a una escala de 1 unidad a 2.5 metros, podrías hacerlo de un par de maneras:



Estrategia 1

- Utiliza la escala original para hallar las dimensiones reales.
La altura en el dibujo es de 10 unidades.
 $10 \cdot 5 = 50$
La altura real del edificio es de 50 metros.
- Utiliza las dimensiones originales y la nueva escala para hallar las dimensiones del nuevo dibujo a escala. $\frac{50}{2.5} = 20$

La altura en el nuevo dibujo debe ser de 20 unidades.



Estrategia 2

- Determina cómo se relacionan las dos escalas. $2.5 \cdot 2 = 5$
Dado que $2.5 \cdot 2 = 5$, cada longitud en el nuevo dibujo debe ser 2 veces más larga que en el dibujo original.
- Utiliza esta relación para calcular las dimensiones del nuevo dibujo.
La altura en el dibujo original es de 10 unidades. $10 \cdot 2 = 20$

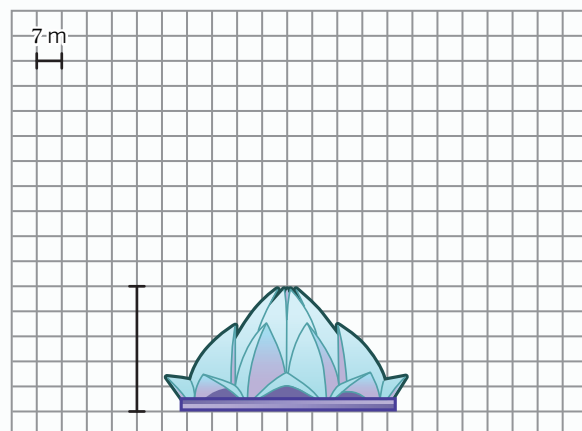
La altura en el nuevo dibujo debe ser de 20 unidades.

Prueba a hacer esto

Este es un dibujo a escala del Templo del Loto en Delhi, India. La escala es 1 unidad : 7 metros.

Selecciona una de estas opciones y escribe una escala diferente que la produzca. No hace falta que hagas el dibujo.

- a** Un dibujo más grande
- b** Un dibujo más pequeño
- c** Un dibujo del mismo tamaño



Cuando tenemos un dibujo, imagen u obra de arte que ha de ser de un tamaño diferente, podemos comunicar el cambio de tamaño con un factor de escala o una escala.

Si se usa un factor de escala:

- Medimos y registramos las dimensiones relevantes del objeto original.
- Elegimos un factor de escala que sea apropiado para la situación.
- Multiplicamos todas las dimensiones por ese factor de escala.

Si se usa una escala:

- Determinamos las dimensiones relevantes del objeto original en unidades de cuadrícula.
- Consideramos las dimensiones del espacio disponible.
- Elegimos una escala para la cuadrícula que haga que el objeto tenga el tamaño adecuado para el espacio. Esto produce un dibujo a escala.

Prueba a hacer esto

El grabado *La gran ola de Kanagawa*, creado por el famoso Katsushika Hokusai a partir de planchas de madera, mide 10.1 pulgadas por 14.9 pulgadas. ¿Cuál escala usarías para crear un dibujo a escala del grabado que quepa en una tarjeta de 3 pulgadas por 5 pulgadas?



Dominio público

Lección 1

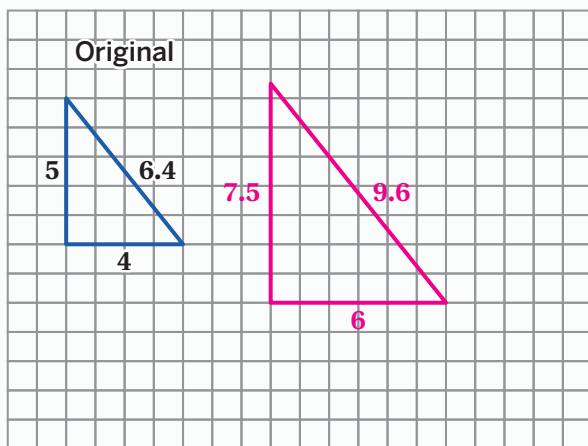
Las copias 1 y 2 son copias a escala.

Nota para familias y cuidadores: Tienen los mismos ángulos y, en general, la misma forma que el original; además, todas las longitudes de lado fueron multiplicadas por el mismo factor. La copia 3 no es una copia a escala porque parece estar estirada en comparación con el original. Además, las razones no son equivalentes: en el original, la razón de dos lados es $\frac{5}{4}$, lo cual no es equivalente a $\frac{6}{3}$.

Lección 2

- a 2, ya que $5 \cdot 2 = 10$, $4 \cdot 2 = 8$ y $6.4 \cdot 2 = 12.8$.
- b 0.5 (o equivalente), ya que $5 \cdot 0.5 = 2.5$, $4 \cdot 0.5 = 2$ y $6.4 \cdot 0.5 = 3.2$.

Lección 3



Lección 4

- a El factor de escala es $\frac{4}{3}$.
- b El factor de escala es $\frac{3}{4}$.

Lección 5

90 unidades cuadradas.

Nota para familias y cuidadores: Con un factor de escala de 3, las dimensiones de la copia serían $2 \cdot 3 = 6$ unidades por $5 \cdot 3 = 15$ unidades. Por lo tanto, el área es $6 \cdot 15 = 90$ unidades cuadradas.

Lección 6

Las respuestas pueden variar.

Nota para familias y cuidadores: La altura real es de 50 metros. En el dibujo, el edificio parece medir poco más de 6 unidades de altura. Ya que cada unidad representa 8 metros, la altura es un poquito más de $6 \cdot 8 = 48$ metros.

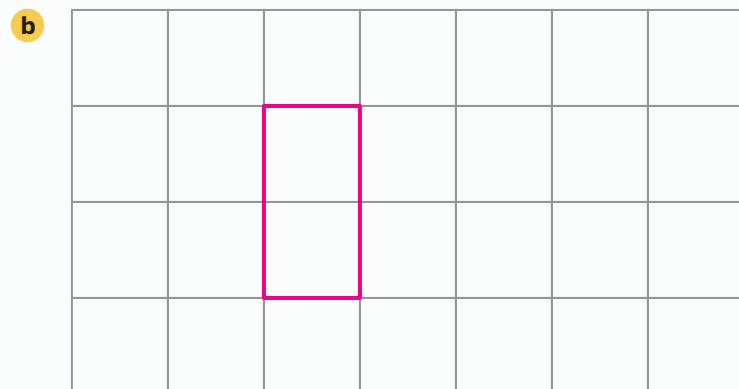
Lección 7

El salón de clase real mide 24 pies de ancho y 33 pies de largo.

Nota para familias y cuidadores: Dado que cada pulgada en el dibujo representa 6 pies, se multiplican las dimensiones del dibujo por 6 para hallar las dimensiones del salón de clase. $4 \cdot 6 = 24$ pies y $5\frac{1}{2} \cdot 6 = 33$ pies.

Lección 8

a En el dibujo, la mesa debería medir 0.5 pulgadas de ancho por 1 pulgada de largo.



Lección 9

B. La escala 1 pulgada : 5 pies produciría un dibujo a escala que es más grande porque Xavier necesitaría más pulgadas en el dibujo para representar la misma longitud real.

Nota para familias y cuidadores: La escala 1 pulgada : 6 pies es equivalente a la escala 2 pulgadas : 12 pies porque 1 pulgada representaría la misma longitud real en ambas escalas.

La escala 2 pulgadas : 15 pies produciría un dibujo a escala que es más pequeño que el de la escala 1 pulgada : 6 pies porque cada pulgada del nuevo dibujo representaría una longitud real mayor.

Lección 10

Las respuestas pueden variar.

- a** Una escala posible que produciría un dibujo más grande es 1 unidad a 2 metros.
- b** Una escala posible que produciría un dibujo más pequeño es 1 unidad a 15 metros.
- c** Una escala posible que produciría un dibujo del mismo tamaño es 3 unidades a 21 metros.

Lección 11

Las respuestas pueden variar. 1 pulgada a 3.5 pulgadas.

Nota para familias y cuidadores: Hay muchas escalas que podrías usar, pero intenta usar una que permita que la imagen quepa en la tarjeta sin que sobre mucho espacio.

Podrías empezar por dividir las dimensiones del original entre las dimensiones de la tarjeta para hacer una estimación de la escala adecuada. Dado que $\frac{10.1}{3} \approx 3.37$, probemos con la escala de 1 pulgada a 3.5 pulgadas.

Esto haría que las dimensiones del dibujo a escala fuesen $\frac{10.1}{3.5} \approx 2.89$ pulgadas por $\frac{14.9}{3.5} \approx 4.3$ pulgadas, lo cual cabría en la tarjeta sin que sobre mucho espacio.