

Unidad **3**

Multiplicación y división de fracciones

Preguntas esenciales

- ¿Cómo podemos representar situaciones en las que determinamos una parte de otra parte?
- ¿Cómo podemos representar situaciones de reparto equitativo cuando se comparte una fracción del total?
- ¿Cómo podemos determinar cuántas partes fraccionarias hay en un número entero?



Cuento de la unidad: Princesa Sweetsocks

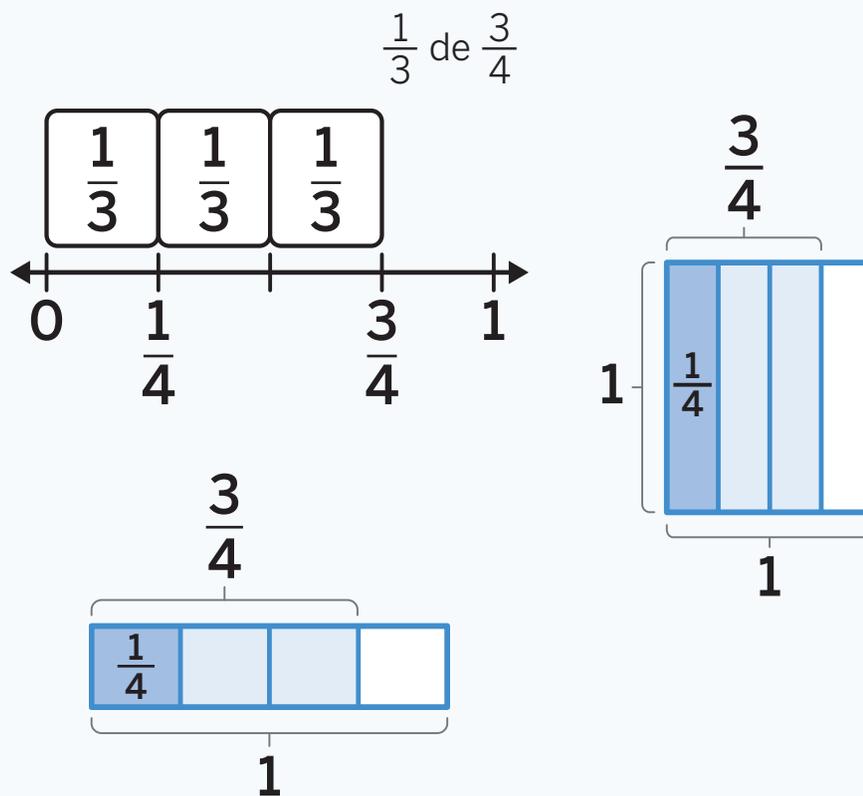
Puede leer el Cuento de la unidad con su estudiante consultando la página del Cuento de la unidad en el Caregiver Hub.

La **Lección 1** constituye la Investigación de la unidad. Los estudiantes exploran la multiplicación de fracciones al predecir la cantidad de partes en que se ha doblado un papel para desarrollar la curiosidad y aplicar su propio conocimiento de diversas maneras. Consulte la sección **Conexión con el cuidador** para ayudar a los estudiantes a seguir explorando los conceptos matemáticos que verán en la unidad.

Conexión con el cuidador

Los estudiantes pueden disfrutar desafiando a amigos o familiares a la misma tarea de predecir la cantidad de partes antes de desplegarlas. Anime a los estudiantes a doblar diferentes tamaños de papel para que puedan notar patrones que se mantengan constantes, independientemente del tamaño del original.

Puedes usar diferentes diagramas para representar la fracción de una fracción, o la parte de una parte de la unidad. A menudo, puedes usar el mismo diagrama de diferentes maneras para representar tus ideas.



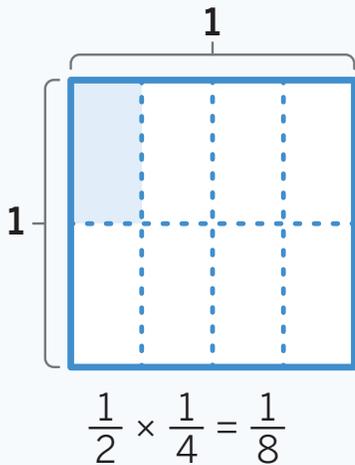
Prueba a hacer esto

1 Selecciona el enunciado verdadero.

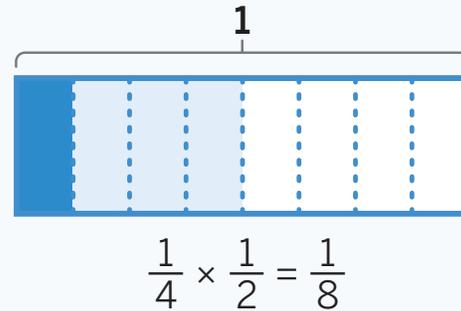
- (A) Priya tenía $\frac{4}{6}$ de un frasco de cuentas. Ella usó $\frac{1}{2}$ de las cuentas para hacer una pulsera. Priya usó $\frac{2}{6}$ de todo el frasco.
- (B) Priya tenía $\frac{4}{6}$ de un frasco de cuentas. Ella usó $\frac{1}{2}$ de las cuentas para hacer una pulsera. Priya usó $\frac{4}{8}$ de todo el frasco.
- (C) Priya tenía $\frac{4}{6}$ de un frasco de cuentas. Ella usó $\frac{1}{2}$ de las cuentas para hacer una pulsera. Priya usó $\frac{5}{8}$ de todo el frasco.
- (D) Priya tenía $\frac{4}{6}$ de un frasco de cuentas. Ella usó $\frac{1}{2}$ de las cuentas para hacer una pulsera. Priya usó $\frac{7}{6}$ de todo el frasco.

Es posible representar una fracción unitaria en relación con otra fracción unitaria mediante un diagrama y una ecuación multiplicativa. En el diagrama, el entero se divide equitativamente dos veces. En la ecuación, el segundo factor representa la cantidad inicial, el primer factor representa la fracción de esa cantidad inicial, y el producto representa el número de partes sombreadas en relación con el número de partes iguales del entero.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{4}$$

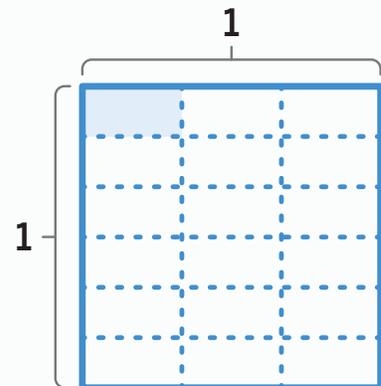


$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{1}{2}$$

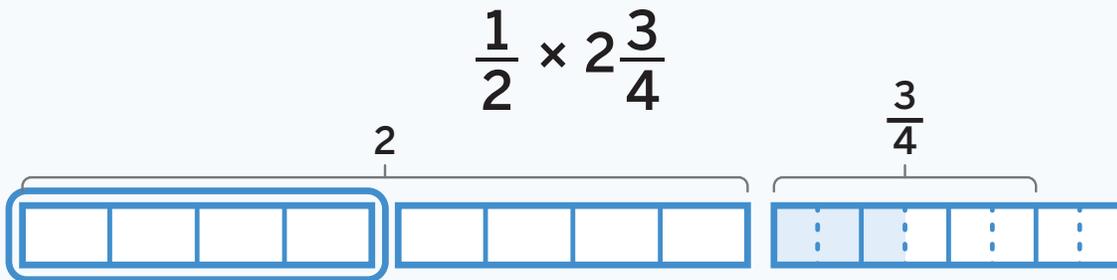


Prueba a hacer esto

- 1 Escribe una ecuación que represente el área de la región rectangular sombreada en el diagrama.



Puedes representar el producto de una fracción unitaria y una fracción no unitaria, o un número mixto, con diferentes diagramas y ecuaciones. El producto siempre representa el número de partes sombreadas en relación con el número de partes iguales en un entero.

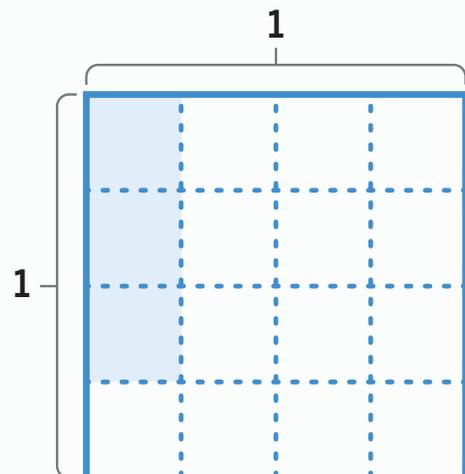


Ecuación A	$\left(\frac{1}{2} \times 2\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) = 1\frac{3}{8}$
Ecuación B	$\left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{11}{8}$
Ecuación C	$\frac{1}{2} \times \frac{11}{4} = \frac{11}{8}$

Prueba a hacer esto

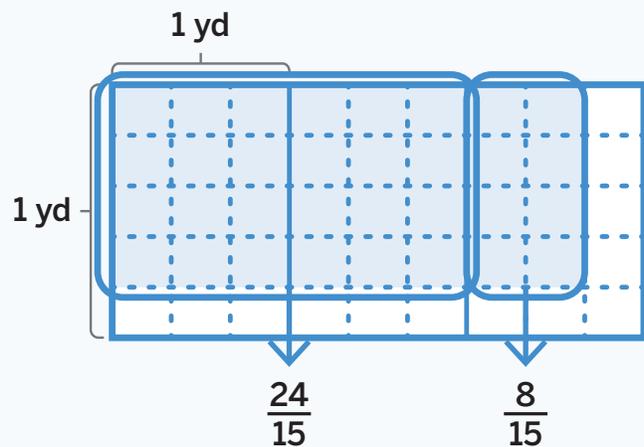
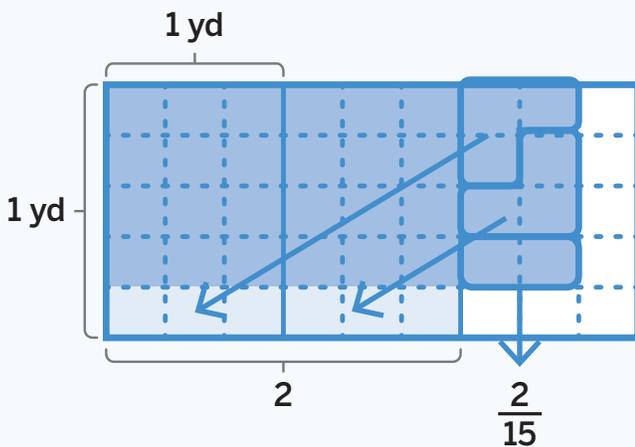
- 1 ¿Qué expresión representa el área de la región rectangular sombreada en el diagrama?

- (A) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{4}$ (B) $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$
 (C) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$



Puedes dibujar diagramas con partes de igual tamaño en cada entero para representar el área de una región rectangular sombreada con longitudes de lado que son fracciones no unitarias o números mixtos. Puedes interpretar los diagramas de diferentes maneras, creando unidades completas o agrupando partes de igual tamaño.

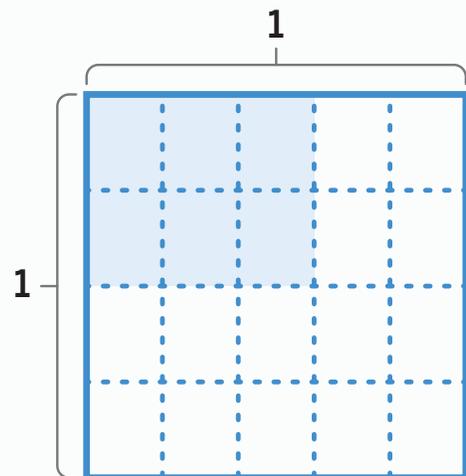
$$2\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$



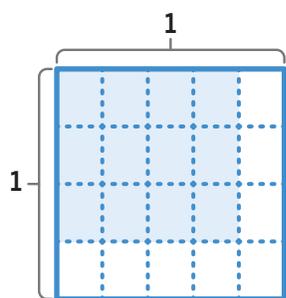
Prueba a hacer esto

1 ¿Qué ecuación representa el área de la región rectangular sombreada en el diagrama?

- (A) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$
- (B) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$
- (C) $\frac{2}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{20}$
- (D) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$



El producto de los numeradores de los factores representa el número de partes sombreadas, mientras que el producto de los denominadores representa el número de partes iguales en un entero.



número de filas y columnas
en la región coloreada

$$\frac{4 \times 3}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \rightarrow \frac{\text{número de partes en la región coloreada}}{\text{número de partes iguales en 1 entero}}$$

número de filas y columnas
en el entero

Prueba a hacer esto

- 1** ¿Qué expresiones representan el área de la región rectangular sombreada en el diagrama? Selecciona *todas* las que correspondan.

(A) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$

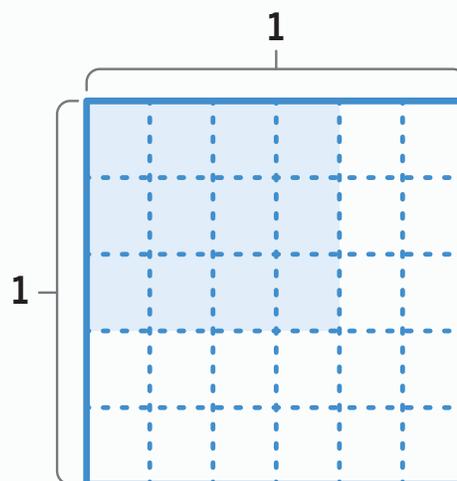
(B) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$

(C) $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$

(D) $\frac{2}{6} \times \frac{2}{5}$

(E) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{6}$

(F) $\frac{4}{6} \times \frac{2}{5}$



Puedes determinar el producto de 2 fracciones multiplicando los numeradores de los factores y los denominadores de los factores. Al multiplicar con números mixtos, puedes reescribir el número mixto como una fracción mayor a 1 o usar la propiedad distributiva.

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$	$2\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5}$	$2\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8 \times 4}{3 \times 5}$ <p style="text-align: center;">o</p> $2\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \left(\frac{6}{3} \times \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right)$

Prueba a hacer esto

- 1 Evalúa la expresión $\frac{7}{8} \times \frac{1}{7}$.

 Muestra o explica tu razonamiento.

respuesta: _____

Puedes usar el tamaño de los factores y la relación entre ellos y los productos para razonar sobre problemas que involucren la multiplicación de fracciones, números enteros y números mixtos.

$$? \times 3 = \frac{24}{7}$$

$$3 = \frac{3}{1}, \text{ entonces } \frac{? \times 3}{? \times 1} = \frac{24}{7}$$

$$8 \times 3 = 24 \text{ y } 7 \times 1 = 7, \text{ entonces } \frac{8}{7}.$$

Prueba a hacer esto

En los problemas 1–3, determina el valor que hace que la ecuación sea verdadera.

1 $\frac{2}{3} \times \underline{\hspace{2cm}} = \frac{20}{21}$

2 $\underline{\hspace{2cm}} \times \frac{4}{9} = \frac{28}{45}$

3 $\frac{5}{8} \times \underline{\hspace{2cm}} = \frac{35}{40}$

Puedes comparar el tamaño de 1 producto con uno de los factores razonando sobre el tamaño del otro factor.

Expresión	El producto es ...
$\frac{4}{4} \times 9,276$	Igual a 9,276 porque $\frac{4}{4}$ es igual a 1.
$\frac{3}{4} \times 9,276$	Menor que 9,276 porque $\frac{3}{4}$ es menor que 1.
$\frac{4}{3} \times 9,276$	Mayor que 9,276 porque $\frac{4}{3}$ es mayor que 1.

Prueba a hacer esto

En los problemas 1–3, completa la comparación usando $<$, $>$ o $=$.

1 $539 \times \frac{10}{7}$ _____ 539

2 $539 \times \frac{10}{10}$ _____ 539

3 $539 \times \frac{7}{10}$ _____ 539

Puedes comparar el tamaño de un producto con cualquiera de sus factores usando el tamaño del otro factor. Si el otro factor es menor, igual o mayor que 1, el producto será también menor, igual o mayor que el factor con el que se está comparando.

$$\frac{15}{14} \times \frac{23}{30}$$

<p>otro factor factor comparado</p> $\frac{15}{14} \times \frac{23}{30} > \frac{23}{30}$	<p>factor comparado</p> $\frac{15}{14} \times \frac{23}{30} < \frac{15}{14}$ <p>otro factor</p>
<p>El producto de $\frac{15}{14} \times \frac{23}{30}$ es mayor que $\frac{23}{30}$ porque $\frac{15}{14}$ es mayor que 1.</p>	<p>El producto de $\frac{15}{14} \times \frac{23}{30}$ es menor que $\frac{15}{14}$ porque $\frac{23}{30}$ es menor que 1.</p>

Prueba a hacer esto

En los problemas 1–4, completa la comparación usando $<$, $>$ o $=$.

1 $\frac{103}{104} \times \frac{103}{104}$ — $\frac{103}{104}$

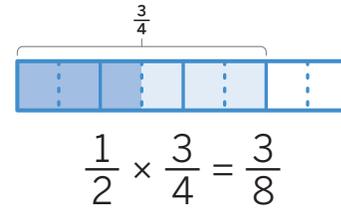
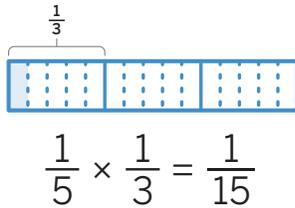
2 $\frac{103}{104} \times \frac{104}{103}$ — $\frac{103}{104}$

3 $\frac{63}{54} \times \frac{62}{54}$ — $\frac{63}{54}$

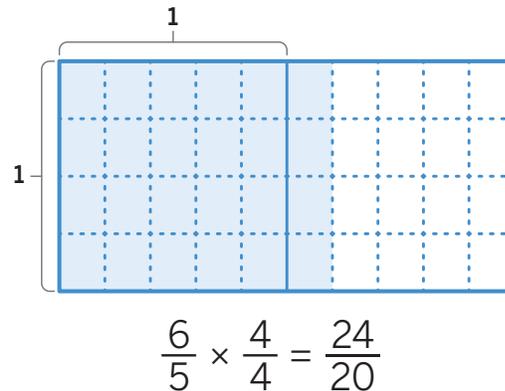
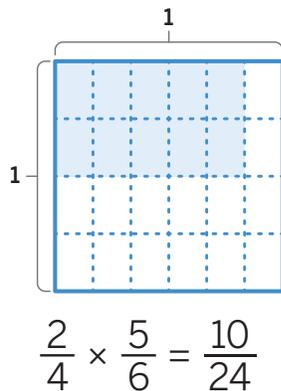
4 $\frac{63}{54} \times \frac{62}{54}$ — $\frac{62}{54}$

En esta subunidad...

- Vimos que podemos representar la multiplicación de fracciones con diagramas y ecuaciones multiplicativas. Podemos interpretar esta situación como determinar la *parte de una parte*.



- Determinamos el área de las regiones rectangulares sombreadas y representamos las áreas con ecuaciones.



- Vimos que el producto de dos fracciones se puede obtener multiplicando los numeradores y luego multiplicando los denominadores. Al multiplicar con números mixtos, puedes reescribir el número mixto como una fracción mayor a 1 o usar la propiedad distributiva.

$$2\frac{7}{9} \times \frac{5}{8}$$

$$2\frac{7}{9} = \frac{25}{9}$$

$$\frac{25}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{125}{72}$$

$$2\frac{7}{9} \times \frac{5}{8}$$

$$\left(\frac{18}{9} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{7}{9} \times \frac{5}{8}\right)$$

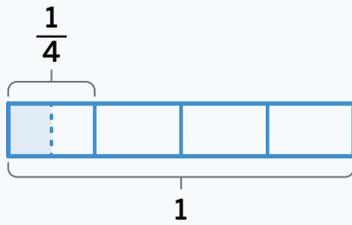
$$\frac{90}{72} + \frac{35}{72} = \frac{125}{72}$$

🔥 Sugerencia matemática: Los números enteros son equivalentes a fracciones con denominador igual a 1. Los números mixtos son equivalentes a fracciones mayores que 1 con el mismo denominador.

Puedes usar diagramas familiares y una ecuación de división para representar problemas de palabras en los que se comparte una fracción unitaria de manera equitativa. Al igual que en el reparto equitativo de números enteros, el dividendo representa la cantidad que se comparte, el divisor es el número de partes iguales y el cociente indica el tamaño de cada parte.

2 gatos comparten equitativamente $\frac{1}{4}$ de una bolsa de comida.

¿Cuánto de la bolsa le corresponde a cada gato?



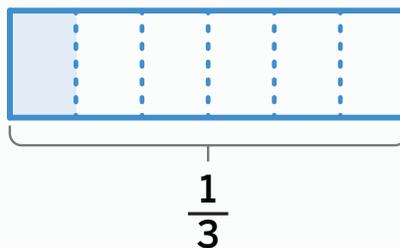
$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$$

cantidad que se comparte número de partes iguales tamaño de cada parte de 1 entero

A cada gato le corresponde $\frac{1}{8}$ de una bolsa entera de comida.

Prueba a hacer esto

- Determina qué expresiones representan el diagrama de cinta. Selecciona *todas* las que correspondan.



(A) $\frac{1}{3} \div 6$

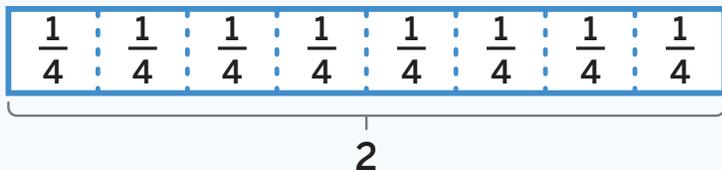
(B) $\frac{1}{3} \div 5$

(C) $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{1}{18}$

Puedes usar ecuaciones de división y diagramas para representar problemas de “¿cuántas partes?” y situaciones de reparto equitativo. En la ecuación, el dividendo es la cantidad total, el divisor es el tamaño de las partes iguales y el cociente es el número de partes en la cantidad total.

1 porción de alimento para gatos equivale a $\frac{1}{4}$ de bolsa de alimento.
¿Cuántas porciones hay en 2 bolsas?



$$2 \div \frac{1}{4} = 8$$

Hay 4 porciones en 1 bolsa, por lo que hay 8 porciones en 2 bolsas.

Prueba a hacer esto

- 1 Priya tiene una tira de cinta que mide 6 pies de largo. La corta en pedazos que miden $\frac{1}{6}$ de pie de largo cada uno. Determina cuántos pedazos tiene ahora.
Luego escribe una ecuación de división que represente la situación.

Muestra tu razonamiento.

respuesta: _____

ecuación: _____

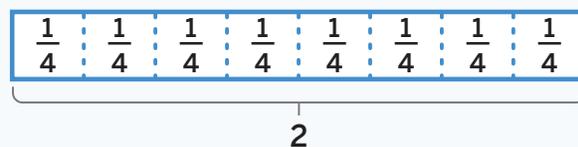
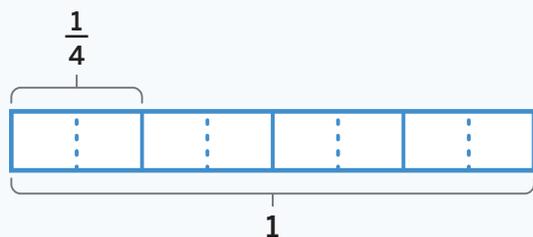
Puedes usar la estructura de una expresión de división para relacionar expresiones con problemas de palabras y razonar sobre el tamaño de los cocientes sin necesidad de dibujar diagramas ni evaluar.

Problema de palabras	1 porción de alimento para gatos equivale a $\frac{1}{5}$ de una bolsa. ¿Cuántas porciones hay en 10 bolsas?	10 gatos comparten $\frac{1}{5}$ de bolsa de alimento. ¿Cuánto alimento recibe cada gato?
Tipo de problema	"¿cuántas partes?"	reparto equitativo
Expresión	$10 \div \frac{1}{5}$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>←</p> <p>cantidad inicial</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>→</p> <p>tamaño de cada parte</p> </div> </div>	$\frac{1}{5} \div 10$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>←</p> <p>cantidad inicial</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>→</p> <p>número de partes/grupos</p> </div> </div>
Tamaño del cociente	mayor que 10	menor que $\frac{1}{5}$

Prueba a hacer esto

- 1 Escribe un problema de palabras que represente la expresión $4 \div \frac{1}{3}$.

Al igual que con los números enteros, una situación multiplicativa que involucra fracciones se puede representar con ecuaciones de multiplicación y división. Puedes usar la relación entre la multiplicación y la división para analizar los problemas de palabras.



$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$$

$$2 \div \frac{1}{4} = 8$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$2 \times 4 = 8$$

Prueba a hacer esto

- Diego corta $\frac{1}{5}$ de una galleta grande para perros que sus 3 perros deben compartir de manera equitativa. Escribe una ecuación multiplicativa y una ecuación de división para representar cuánta galleta recibirá cada perro.

ecuación de multiplicación: _____

ecuación de división: _____

Al igual que con los números enteros, puedes crear un problema de palabras que involucre la multiplicación o división de fracciones reflexionando sobre el significado de la operación y lo que representa el producto o el cociente. Esto es especialmente útil antes de elegir personajes y una acción para tu problema de palabras.

Expresión	Significado	Problema de palabras
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$	Un perro tenía $\frac{1}{3}$ de un recipiente de agua y bebió $\frac{1}{2}$ del agua. ¿Cuánta agua de un recipiente entero bebió el perro?
$3 \div \frac{1}{2}$	¿Cuántos $\frac{1}{2}$ hay en el número 3?	Una porción de alimento equivale a $\frac{1}{2}$ bolsa. ¿Cuántas porciones hay en 3 bolsas?

Prueba a hacer esto

- 1 Crea un problema de palabras que represente la expresión $\frac{1}{10} \times \frac{1}{6}$.

En esta subunidad...

- Representamos situaciones de reparto equitativo en las que una fracción unitaria se dividió por un número entero.
- Representamos situaciones de “¿cuántas partes?” en las que un número entero se dividió por una fracción unitaria.



Sugerencia matemática: Al dividir por un número mayor que 1, el cociente es menor que el dividendo. Al dividir por una fracción unitaria, el cociente es mayor que el dividendo. Esto tiene sentido, ya que el tamaño de una fracción unitaria es considerablemente menor que el de un número mayor que 1.

- Representamos la misma situación con ecuaciones de división y ecuaciones multiplicativas.

Situación

Queda $\frac{1}{4}$ de una pila de volantes. Shay y KT la dividieron en partes iguales. ¿Cuánto de la pila de volantes le corresponde a cada persona?

Una botella llena contiene 2 mililitros de medicina. Cada gatito necesita $\frac{1}{4}$ de mililitro de medicina. ¿Cuántos gatitos pueden recibir medicina de una botella llena?

Representaciones



$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



$$2 \div \frac{1}{4} = 8$$

$$2 \times 4 = 8$$

Lección 2

1 A

Lección 3

1 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$ o $\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

Lección 4

1 B

Lección 5

1 D

Lección 6

1 B y E

Lección 7

1 Ejemplo de trabajo:

$$\frac{7}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{7 \times 1}{8 \times 7} = \frac{7}{56}$$

respuesta: $\frac{7}{56}$ o $\frac{1}{8}$

Lección 8

1 $\frac{10}{7}$ o $1\frac{3}{7}$

2 $\frac{7}{5}$ o $1\frac{2}{5}$

3 $\frac{7}{5}$ o $1\frac{2}{5}$

Lección 9

1 >

2 =

3 <

Lección 10

1 <

2 >

3 >

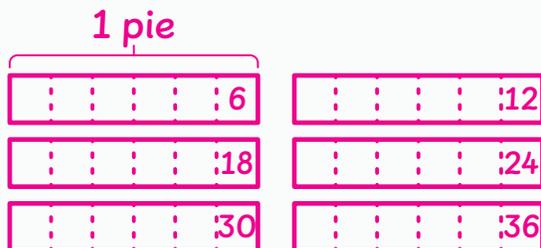
4 >

Lección 11

1 A y D

Lección 12

1 Ejemplo de trabajo:



respuesta: 36 pedazos

ecuación: $6 \div \frac{1}{6} = 36$

Lección 13

1 Ejemplo de respuesta: Jada está compartiendo 4 tazas de palomitas de maíz con sus amigos. Cada amigo recibe $\frac{1}{3}$ de taza de palomitas de maíz. ¿Cuántos amigos tiene?

Lección 14

1 ecuación de multiplicación: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

ecuación de división: $\frac{1}{5} \div 3 = \frac{1}{15}$

Lección 15

1 Ejemplo de respuesta: Una artista tenía $\frac{1}{6}$ de lata de pintura azul para usar en su cuadro. Ella usó $\frac{1}{10}$ de la pintura azul para pintar el cielo. ¿Qué cantidad de la lata de pintura azul usó para el cielo?