

Unidad **1**

Volumen

Preguntas esenciales

- ¿De qué manera el volumen ayuda a describir y comparar objetos tridimensionales?
- ¿Cómo puedes determinar el volumen de una figura que se compone de prismas rectangulares?



Historia de la unidad: Joyful Green

Puede leer la Historia de la unidad con su estudiante al visitar la página de la Historia de la unidad en el Caregiver Hub.

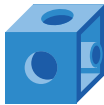
Investigación de la unidad

La **Lección 1** es la Investigación de la unidad. Los estudiantes determinan las capacidades relativas de los recipientes para fomentar la curiosidad y aplicar sus propios conocimientos de diversas maneras. Use la **Conexión con las familias y cuidadores** para ayudar a los estudiantes a seguir explorando los conceptos matemáticos que verán en la unidad.

Conexión con las familias y cuidadores

Los estudiantes pueden divertirse comparando las capacidades de distintos recipientes de casa para seguir desarrollando su razonamiento espacial. Anímeles a identificar aquellos que tengan una capacidad muy grande o muy pequeña.

El volumen mide la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional. Se puede medir contando la cantidad de **cubos unitarios** que se necesitan para formar la figura.

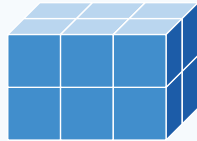
1 cubo unitario	Número de cubos unitarios utilizados para formar una figura	Volumen de la figura
	7	7 cubos unitarios

Prueba a hacer esto

- ¿Cuál de estos enunciados es verdadero?
 - El volumen se determina *solo* con la longitud de una figura.
 - El volumen se determina *solo* con la altura y el ancho de una figura.
 - El volumen se determina con el número de cubos unitarios que se necesitan para formar una figura.
 - El volumen se determina *solo* con la longitud y el ancho de una figura.

- Han usó 12 cubos unitarios para formar una figura. Determine el volumen de la figura.

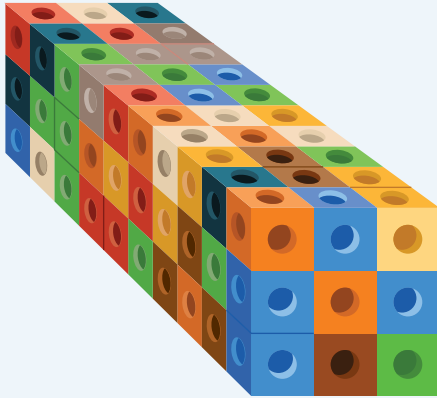
Un prisma rectangular se compone de capas idénticas, las cuales se pueden utilizar para determinar su volumen. Prismas de apariencias diferentes pueden tener el mismo volumen.



Prueba a hacer esto

- 1** Diego utilizó 12 cubos unitarios para formar un prisma rectangular. ¿Cómo podría lucir el prisma? Selecciona *todas* las que correspondan.
- ☐ (A) Hay 12 cubos unitarios en 1 capa. Hay 3 capas.
 - ☐ (B) Hay 3 capas idénticas. En cada capa, los cubos unitarios están dispuestos en 2 columnas con 2 cubos unitarios en cada columna.
 - ☐ (C) Hay 3 capas. Cada capa está dispuesta en 3 filas con 2 cubos unitarios en cada fila.
 - ☐ (D) Hay 2 capas de 3 columnas con 2 cubos unitarios en cada columna.

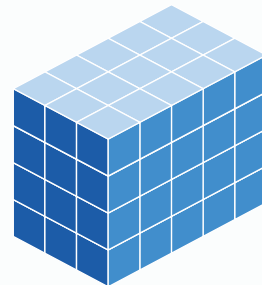
El volumen de un prisma rectangular se puede determinar contando los grupos iguales en 1 capa cualquiera.



El prisma tiene 10 capas de 9 cubos o 3 capas de 30 cubos.

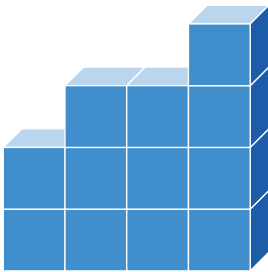
Prueba a hacer esto

- 1 Shawn dice que el volumen del prisma rectangular es de 45 cubos unitarios porque hay 3 capas de 15 cubos unitarios. ¿Estás de acuerdo con Shawn? Explica tu razonamiento.



En esta subunidad...

- Definimos **volumen** como la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional. Puede medirse llenando un objeto con **cubos unitarios** sin que queden vacíos ni superposiciones.
- Determinamos los volúmenes de figuras tridimensionales contando el número de cubos unitarios utilizados para formar las figuras.

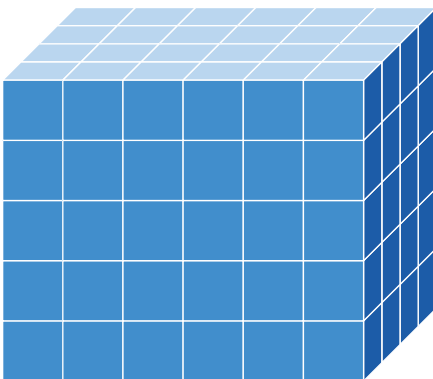


El volumen es de 12 cubos unitarios:

- 1 cubo encima
- 3 cubos en la siguiente fila
- 8 cubos en la parte inferior, dispuestos en 2 filas

 **Sugerencia matemática:** Cuenta más rápido hallando los grupos de cubos que sean iguales en filas y columnas.

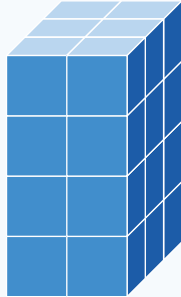
- Vimos que **los prismas rectangulares** están compuestos de capas, o grupos iguales de cubos unitarios. Describimos los prismas rectangulares de diferentes maneras.



Cara	Descripción
lado	6 capas de 20 cubos
frente	4 capas de 30 cubos
parte superior	5 capas de 24 cubos

El volumen de un prisma rectangular es el producto del número de cubos unitarios en 1 capa, o el área de la base, por el número de capas. Debido a que cualquier cara puede representar la base, se puede representar el volumen de un mismo prisma con diferentes expresiones de multiplicación.

Prisma rectangular



Expresiones

$$8 \times 3$$

$$(2 \times 4) \times 3$$

$$6 \times 4$$

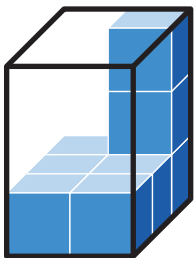
$$12 \times 2$$

Propiedad asociativa de la multiplicación El producto de 3 o más factores siempre es el mismo, independientemente de cómo se agrupen los números.

Prueba a hacer esto

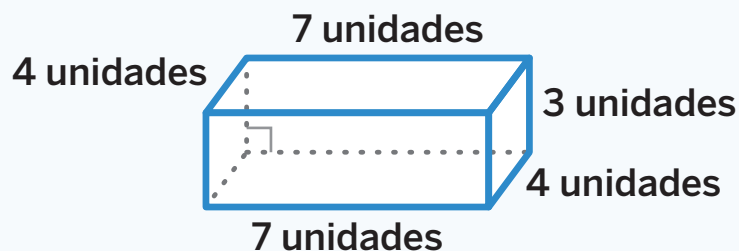
- 1 Determina el volumen del prisma rectangular.

 Muestra o explica tu razonamiento.



respuesta: _____

El volumen de un prisma rectangular se mide en **unidades cúbicas**. Las fórmulas $V = \ell \times w \times h$ y $V = B \times h$ pueden utilizarse para determinar el volumen de cualquier prisma rectangular.



$$V = \ell \times w \times h$$

- $V = 7 \times 4 \times 3$

$$V = B \times h$$

- $V = 28 \times 3$

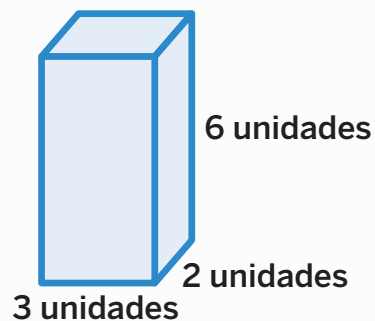
- $V = 12 \times 7$

- $V = 21 \times 4$

El volumen, V , es de 84 unidades cúbicas.

Prueba a hacer esto

- Determina si cada expresión representa el volumen del prisma rectangular en unidades cúbicas. Coloca una marca de verificación en la columna correcta.



	Sí	No
12×3		
$6 + 6 + 6$		
$(2 \times 3) \times 6$		
$3 \times 6 \times 3$		
6×6		

El volumen de un prisma rectangular se puede medir utilizando unidades estándar de diferentes tamaños. Si bien la medida puede tener un valor diferente, el volumen es el mismo.

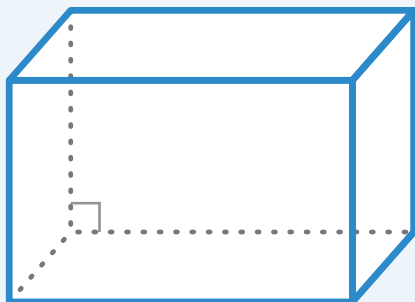


El volumen es:
295 centímetros cúbicos
☐
18 pulgadas cúbicas
☐
0.01 pies cúbicos

Prueba a hacer esto

- 1 ¿Cuáles de estas afirmaciones son verdaderas? Selecciona *todas* las que correspondan.
- (A) Cuanto menor es la unidad de medida que se emplea, menor es el valor que representa el volumen.
 - (B) Cuanto menor es la unidad de medida que se emplea, mayor es el valor que representa el volumen.
 - (C) El volumen de un objeto cambia dependiendo de la unidad de medida.
 - (D) No importa qué unidad de medida se utilice, el volumen del objeto es el mismo, aunque el valor que representa el volumen sea diferente.

Se pueden utilizar las fórmulas del volumen de prismas rectangulares para resolver problemas del mundo real.



$$V = \ell \times w \times h$$

$$V = B \times h$$

Prueba a hacer esto

Determina el volumen del objeto.

- 1 Una caja de leche que mide 4 centímetros por 10 centímetros por 30 centímetros.

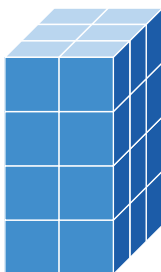
 Muestra o explica tu razonamiento.

respuesta: _____

Subunidad 2 | Resumen

En esta subunidad...

- Vimos que el volumen de un prisma rectangular es el producto del número de cubos unitarios en 1 capa, que es el área de una base, por el número de capas.
- Vimos que el volumen de un prisma rectangular puede representarse con diferentes expresiones de multiplicación.

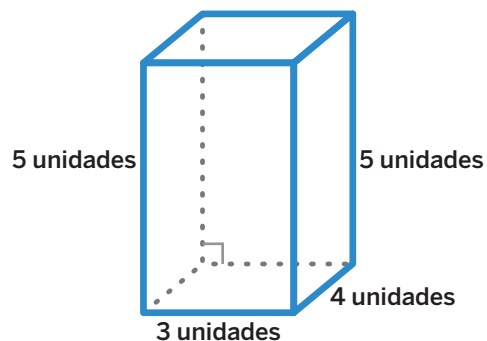


Expresiones

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| • $2 \times 3 \times 4$ | • $3 \times 4 \times 2$ | • $2 \times 4 \times 3$ |
| • $(2 \times 3) \times 4$ | • $(3 \times 4) \times 2$ | • $(2 \times 4) \times 3$ |
| • 6×4 | • 12×2 | • 8×3 |

 **Sugerencia matemática:** Usa paréntesis para mostrar qué factores representan las dimensiones de la base. El otro factor es la altura.

- Determinamos los volúmenes de los prismas rectangulares multiplicando las dimensiones o multiplicando el área de una base por su altura correspondiente.
- Utilizamos las fórmulas $V = \ell \times w \times h$ y $V = B \times h$.

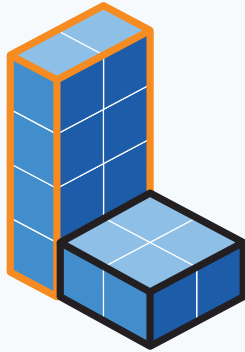


Expresiones

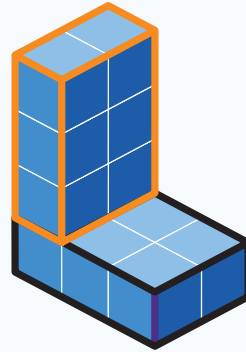
- $3 \times 4 \times 5$
- 12×5
- 20×3
- 15×4

- Vimos que podemos usar **unidades cúbicas** de diferentes tamaños, como pulgadas cúbicas y pies cúbicos, para medir el volumen de un objeto. Si bien la medida puede tener un valor diferente, el volumen es el mismo.

Las figuras que no son prismas rectangulares pueden estar compuestas por prismas rectangulares. El volumen de la figura es la suma de los volúmenes de los prismas y es el mismo independientemente de cómo esté compuesta la figura.



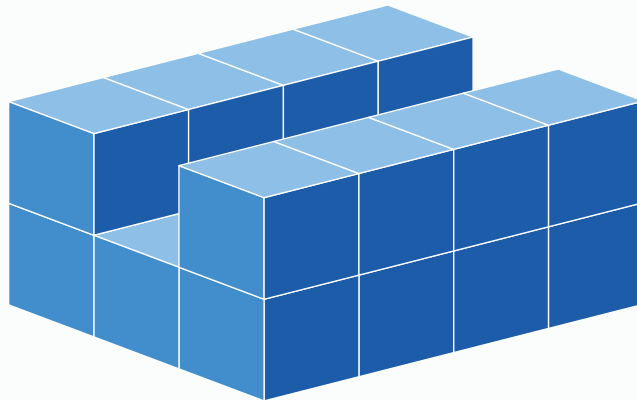
prisma izquierdo: 8 cubos unitarios
prisma derecho: 4 cubos unitarios
volumen: 12 unidades cúbicas



prisma superior: 6 cubos unitarios
prisma inferior: 6 cubos unitarios
volumen: 12 unidades cúbicas

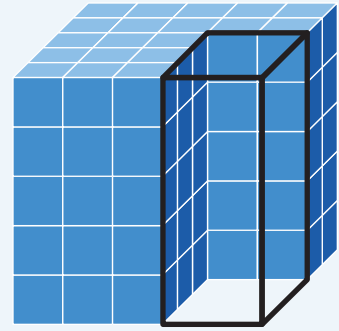
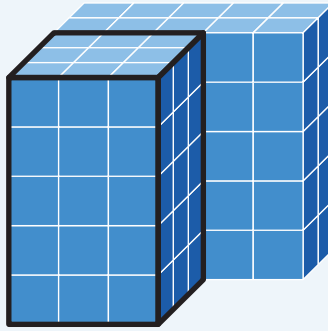
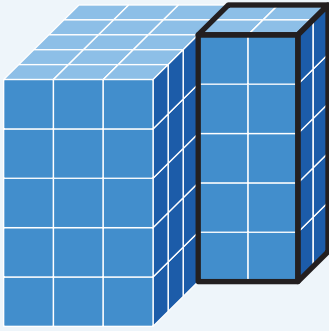
Prueba a hacer esto

En el Problema 1, utiliza la figura.



- 1** Seleccione el enunciado verdadero sobre la figura.
- (A)** La figura puede construirse haciendo un prisma rectangular de $4 \times 3 \times 2$ y un prisma rectangular de $4 \times 1 \times 1$.
 - (B)** La figura puede construirse haciendo un prisma rectangular de $4 \times 3 \times 1$ y dos prismas rectangulares de $4 \times 1 \times 1$.
 - (C)** La figura puede construirse haciendo un prisma rectangular de $4 \times 3 \times 2$ y dos prismas rectangulares de $4 \times 1 \times 1$.

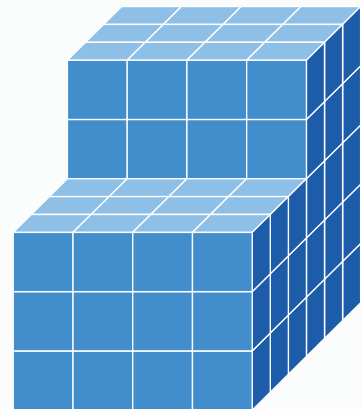
El volumen de una figura compuesta por prismas rectangulares se puede determinar descomponiendo la figura en prismas. El volumen también se puede determinar rellenando un espacio vacío, lo que equivale a formar un prisma completo.



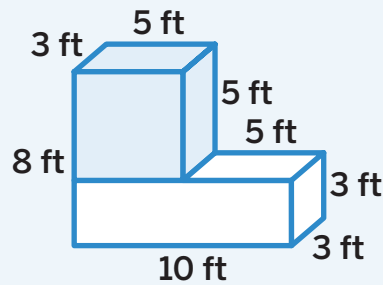
Prueba a hacer esto

1 Determine el volumen de la figura.

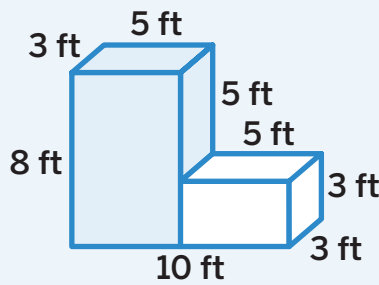
- (A) 24 unidades cúbicas
- (B) 96 unidades cúbicas
- (C) 106 unidades cúbicas
- (D) 144 unidades cúbicas



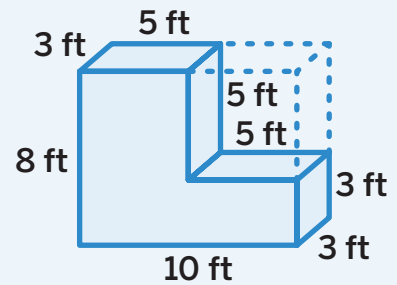
Puedes utilizar las mismas estrategias para resolver un problema de volumen, ya sea que tengas una imagen con o sin cubos unitarios. Dependiendo de la estrategia que utilices, el volumen de la figura se representará con diferentes expresiones o ecuaciones.



$$(5 \times 3 \times 5) + (10 \times 3 \times 3) \\ 75 + 90 = 165$$



$$(5 \times 3 \times 8) + (5 \times 3 \times 3) \\ 120 + 45 = 165$$

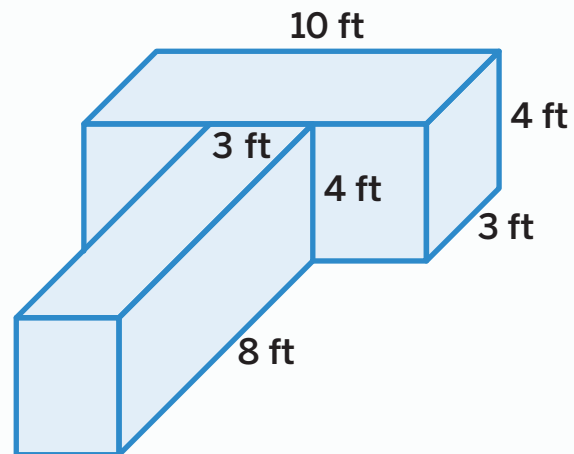


$$(10 \times 3 \times 8) - (5 \times 3 \times 5) \\ 240 - 75 = 165$$

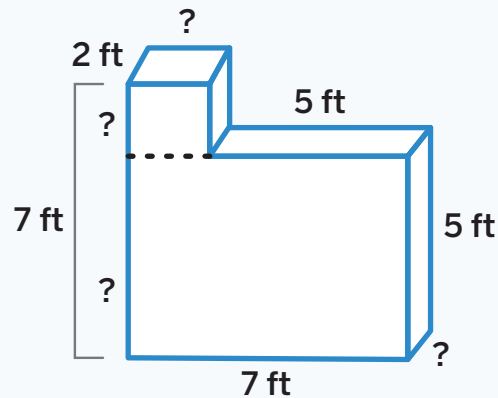
Prueba a hacer esto

1 Selecciona *todas* las expresiones que representan el volumen de la figura.

- (A) $(40 \times 3) + (12 \times 8)$
- (B) $96 + 120$
- (C) $(4 \times 8 \times 3) + (4 \times 10 \times 3)$
- (D) $(30 \times 4) + (3 \times 32)$
- (E) $(10 \times 4 \times 8) + (9 \times 4)$



Al determinar el volumen de un cuerpo geométrico, es posible que debas determinar algunas longitudes de lado. Puedes calcular el volumen de la figura cuando conoces las dimensiones de tus prismas.

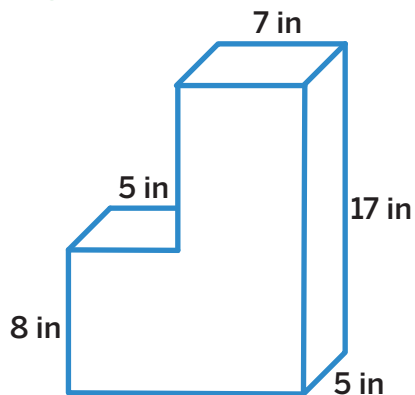


volumen: $(2 \times 2 \times 2) + (7 \times 2 \times 5)$

Prueba a hacer esto

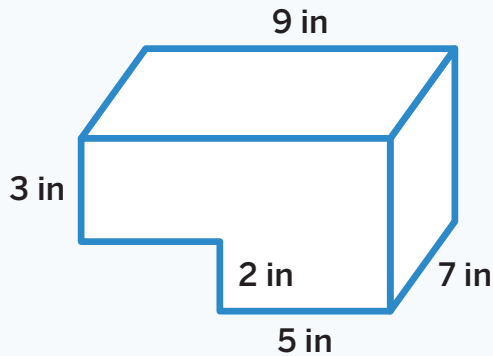
- 1 Determine el volumen de la figura.

 Muestra o explica tu razonamiento.



respuesta: _____

Distintas expresiones pueden representar el volumen de la misma figura compuesta por prismas rectangulares porque hay distintas maneras de descomponer y componer la figura.



$$(9 \times 7 \times 3) + (5 \times 7 \times 2)$$

$$(4 \times 7 \times 3) + (5 \times 7 \times 5)$$

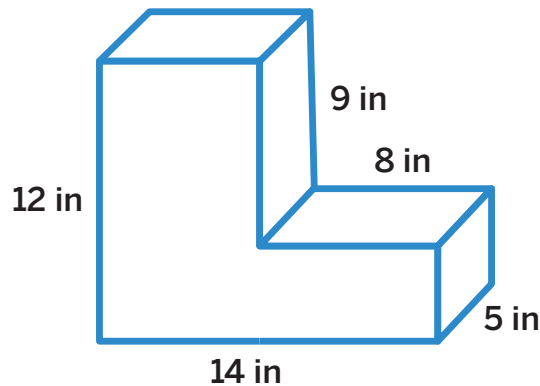
$$(9 \times 7 \times 5) - (4 \times 7 \times 2)$$

Prueba a hacer esto

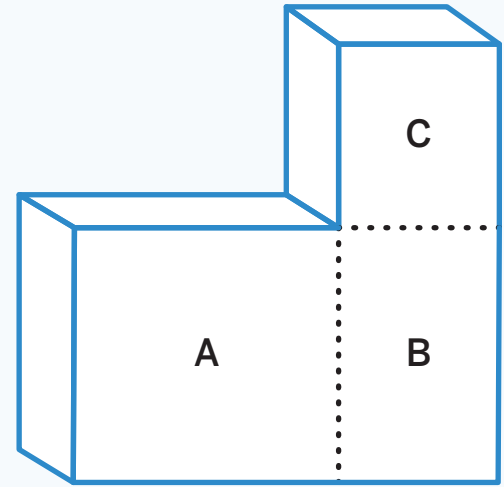
- 1 Demuestra que la expresión representa el volumen de la figura.

 **Muestra tu razonamiento.**

$$(6 \times 5 \times 12) + (8 \times 5 \times 3)$$

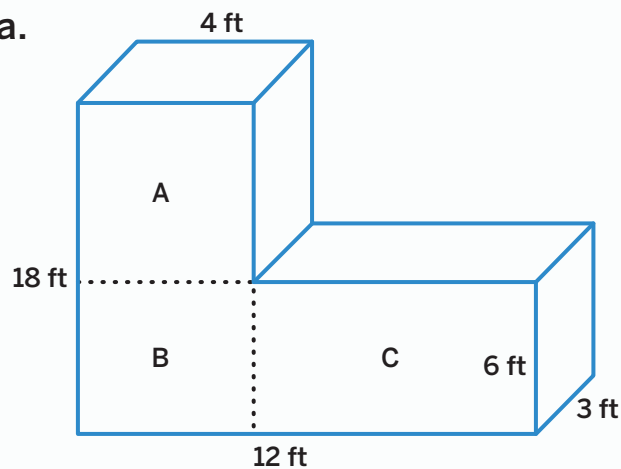


Puedes aplicar los atributos conocidos de los prismas rectangulares a la fórmula $V = \ell \times w \times h$ para determinar el volumen de un cuerpo geométrico formado por esos prismas.



Prueba a hacer esto

En el Problema 1, utiliza la figura.



1 Utiliza las pistas para determinar las dimensiones del prisma A, del prisma B y del prisma C.

- Los prismas A, B y C tienen el mismo ancho.
- La longitud del prisma C es 2 veces la longitud del prisma B.
- Los prismas A y B tienen la misma longitud.
- Los prismas B y C tienen la misma altura.

Prisma A: _____

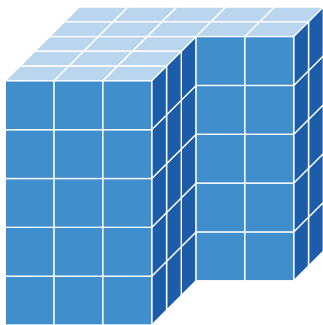
Prisma B: _____

Prisma C: _____

Subunidad 3 | Resumen

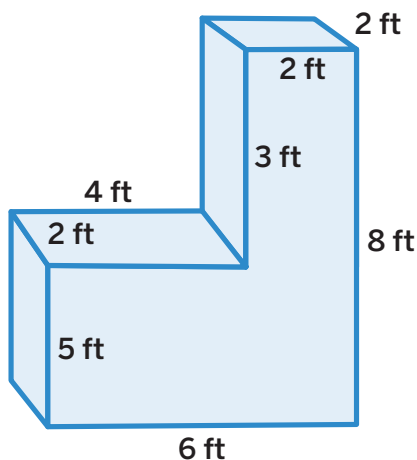
En esta subunidad...

- Vimos que una figura formada con 2 o más prismas rectangulares usualmente puede descomponerse en prismas rectangulares de diferentes maneras. El volumen de la figura original es la suma de los volúmenes de los prismas rectangulares.



Prisma	Volumen del prisma (unidades cúbicas)	Volumen de la figura (unidades cúbicas)
izquierda	$3 \times 5 \times 5 = 75$	$75 + 20 = 95$
derecha	$2 \times 2 \times 5 = 20$	
frente	$3 \times 3 \times 5 = 45$	$45 + 50 = 95$
reverso	$5 \times 2 \times 5 = 50$	

- Escribimos expresiones de multiplicación para representar diferentes estrategias, tales como descomponer la figura en prismas rectangulares o completar el prisma rectangular con la pieza que falta. A veces necesitamos determinar algunas longitudes de lado para calcular el volumen de una manera que refleje la estrategia que elegimos.



Expresiones

$$(6 \times 2 \times 5) + (2 \times 2 \times 3)$$

$$(16 \times 2) + (8 \times 5)$$

$$(8 \times 6 \times 2) - (4 \times 3 \times 2)$$

 **Sugerencia matemática:** El volumen de la figura original es el mismo, independientemente de la estrategia que utilices.

Prueba a hacer esto | Clave de respuestas

Lección 2

- 1 C
- 2 12 cubos unitarios

Lección 3

- 1 B y D

Lección 4

- 1 Ejemplo de explicación: No. Hay 4 capas de 15 cubos unitarios, por lo que el volumen es de 60 cubos unitarios.

Lección 5

- 1 Ejemplo de trabajo: La capa inferior tiene 6 cubos unitarios. Hay 3 capas de 6 cubos y $3 \times 6 = 18$.
respuesta: 18 cubos unitarios

Lección 6

1		Sí	No
	12×3	✓	
	$6 + 6 + 6$		✓
	$(2 \times 3) \times 6$	✓	
	$3 \times 6 \times 3$		✓
	6×6	✓	

Lección 7

- 1 B y D

Lección 8

- 1 Ejemplo de trabajo: $10 \times 4 \times 30 = 40 \times 30 = 1,200$
respuesta: 1,200 centímetros cúbicos

Lección 9

- 1 B

Prueba a hacer esto | Clave de respuestas

Lección 10

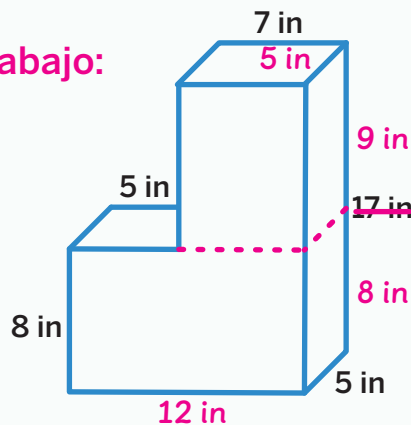
1 B

Lección 11

1 A, B, C y D

Lección 12

1 Ejemplo de trabajo:



prisma inferior: $12 \times 5 \times 8 = 480$

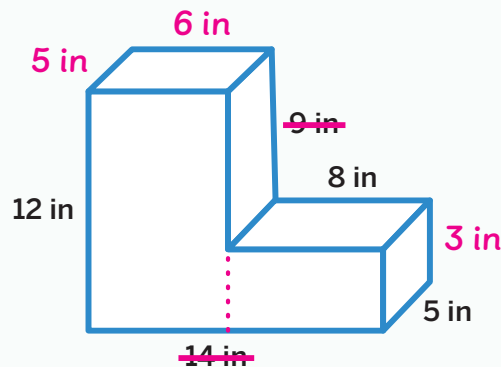
prisma superior: $7 \times 5 \times 9 = 315$

volumen total: $480 + 315 = 795$

respuesta: 795 pulgadas cúbicas

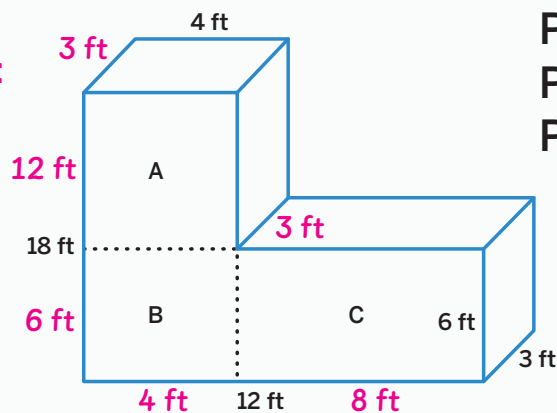
Lección 13

1 Ejemplo de respuesta:



Lección 14

1 Ejemplo de trabajo:



Prisma A: $4 \times 3 \times 12$

Prisma B: $4 \times 3 \times 6$

Prisma C: $8 \times 3 \times 6$