

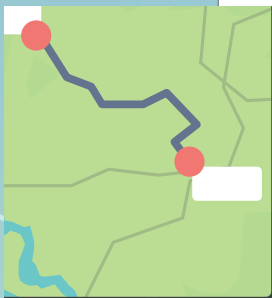
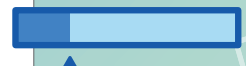
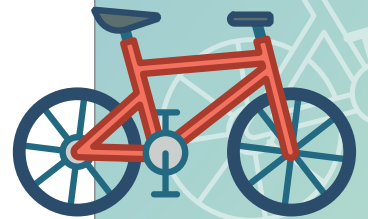
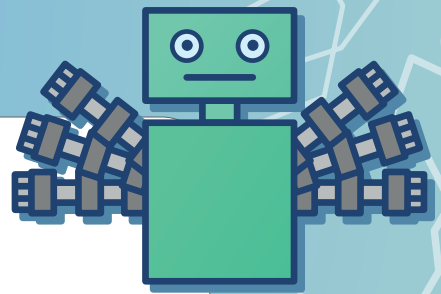
Unidad **3**

Tasas unitarias y porcentajes

En la Unidad 2, descubriste cómo utilizar razones para comparar cantidades y determinar valores desconocidos. En esta unidad, estudiarás las tasas unitarias y los porcentajes. Te pueden ser útiles para responder preguntas como las siguientes: *¿Qué cantidad de helado cremoso puedo comprar? ¿Cuán rápido puede desplazarse un tren a escala? ¿Cómo se gana dinero vendiendo camisetas?* Hasta podrías responder la siguiente: *¿Qué país tiene el mayor porcentaje de jóvenes?*

Preguntas esenciales

- ¿En qué se asemejan y en qué se diferencian los términos *misma tasa*, *tasa constante* y *tasa unitaria*?
- ¿Cuál es la relación entre tasas unitarias y porcentajes?
- ¿Cómo se utilizan los porcentajes para estimar y comparar cantidades?



Las unidades de medida pueden utilizarse para describir cosas como la longitud, el volumen y el peso o la masa. Algunas unidades de medida pueden ser más apropiadas que otras, dependiendo de lo que estés midiendo. Aquí tienes algunos ejemplos de unidades de medida, ordenadas de la unidad *menor* a la unidad *mayor*.

Longitud	Volumen	Peso
Milímetro	Mililitro	Gramo
Centímetro	Onza Líquida	Onza
Pulgada	Taza	Libra
Pie	Cuarto	Kilogramo
Yarda	Litro	Tonelada
Metro	Galón	
Kilómetro		
Milla		

Prueba hacer esto

¿Qué unidad utilizarías para cada medida? Explica tu razonamiento.

a La altura del edificio de una escuela.

b La cantidad de agua de una piscina.

Cuando se mide la misma cantidad con diferentes unidades, se necesitan más unidades de las pequeñas y menos unidades de las grandes para describir la medida. Por lo tanto, una habitación cuya longitud mide 3 metros, medirá aproximadamente 10 pies de longitud porque un metro es más largo que un pie.

El tamaño del objeto puede ayudar a determinar la mejor unidad de medida.

Por ejemplo, la longitud del lado inferior de esta libreta mide 22 centímetros o 220 milímetros.

- Se necesitan más milímetros para describir la longitud porque los milímetros son más pequeños que los centímetros.
- Podría ser mejor describir la longitud en centímetros en lugar de milímetros dado el tamaño de la libreta.



Prueba hacer esto

Aditi tiene una biblioteca con estantes de 11 pulgadas de alto. Tiene un libro de 29 centímetros de alto.

1 pulgada = 2.54 centímetros

- ¿Harían falta más pulgadas o más centímetros para medir las alturas del libro y del estante? Explica tu razonamiento.
- ¿Hay espacio suficiente para que el libro quepa parado en el estante? Explica tu razonamiento.

Puedes utilizar razones equivalentes para convertir medidas de una unidad a otra.

Por ejemplo, si sabes que 100 pulgadas = 254 centímetros, puedes usar una recta numérica doble o una tabla para convertir 20 pulgadas a centímetros también.

Recta numérica doble

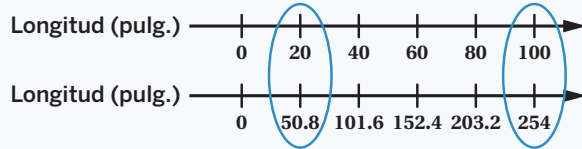


Tabla de razones

Pulgadas	Centímetros
100	254
1	2.54
20	50.8

$\div 100$ (flecha hacia abajo desde 100 a 1)
 $\times 20$ (flecha hacia abajo desde 1 a 20)
 $\div 100$ (flecha hacia abajo desde 254 a 2.54)
 $\times 20$ (flecha hacia abajo desde 2.54 a 50.8)

Prueba a hacer esto

Un guacamayo come 6 kilogramos de comida al mes.

Aproximadamente, ¿a cuántas libras de comida equivale eso?

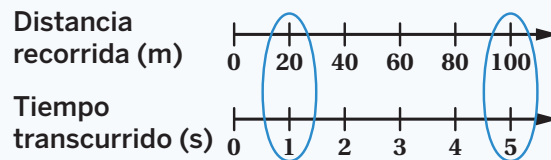
10 kilogramos $\approx$ 22 libras

Una **tasa** es un número que compara dos cantidades con unidades diferentes. Por ejemplo, 16 metros por 2 segundos es una tasa que compara la distancia y el tiempo.

Una **tasa unitaria** es una tasa en la que una de las cantidades es 1.

Supongamos que hay un tren que se desplaza 100 metros en 5 segundos. Puedes utilizar una tabla de razones equivalentes o una recta numérica doble para calcular la tasa unitaria, que es de 20 metros por 1 segundo.

Distancia (m)	Tiempo (s)
100	5
20	1



Ahora puedes utilizar la tasa unitaria para responder otras preguntas sobre el tren. Por ejemplo, para calcular la distancia que se desplaza el tren en 30 segundos, basta con multiplicar la tasa unitaria de 20 metros por segundo por 30 para obtener 600. Eso significa que el tren se desplaza 600 metros en 30 segundos.

Prueba a hacer esto

En una competencia de atletismo, Natalia corrió los 200 metros planos en 25 segundos.

- ¿Cuál fue la velocidad de Natalia como tasa unitaria?
- ¿Qué distancia podría recorrer Natalia en 30 segundos si corriera a la misma velocidad?

Cuando se comparan tasas diferentes, por ejemplo, velocidades, es útil convertir las tasas a las mismas unidades de medida. Luego puedes utilizar razones equivalentes o tasas unitarias para comparar las tasas con mayor precisión.

Comparemos las velocidades de dos corredores que compiten en carreras diferentes.

- El corredor A completa los 400 metros planos en 50 segundos.
- El corredor B completa una carrera de 5 kilómetros en 20 minutos.

Podemos convertir ambas velocidades a metros por segundo.

Corredor A

Segundos	Metros
50	400
1	8

8 metros por segundo

Corredor B

5 kilómetros = 5000 metros

20 minutos = 1200 segundos

Segundos	Metros
1,200	5,000
1	$4\frac{1}{6}$

$4\frac{1}{6}$ metros por segundo

El corredor A se desplaza a mayor velocidad porque recorre una distancia mayor (8 metros) que el corredor B ($4\frac{1}{6}$ metros) en la misma cantidad de tiempo (1 segundo).

Prueba hacer esto

Kimaya necesita una libra de lentejas para una receta.

La tienda vende una bolsa de lentejas de 1 libra por \$2.49.

También venden lentejas a granel a un precio de \$0.26 por 2 onzas.

¿Cuál es la mejor oferta? Explica tu razonamiento.

1 libra = 16 onzas

Cuando dos cantidades están relacionadas en una razón, puedes describir la relación utilizando dos tasas unitarias diferentes.

Por ejemplo, la razón $A : B$ puede representarse como:

- El valor de la cantidad A por 1 de la cantidad B.
- El valor de la cantidad B por 1 de la cantidad A.

En situaciones que implican dinero, una de las dos tasas unitarias posibles es el **precio unitario** (el precio por unidad de un artículo).

Supongamos que una tienda anuncia 4 libras de granola por \$5.

Puedes utilizar una tabla para determinar las dos tasas unitarias diferentes.

- Precio por 1 libra: \$1.25 por libra de granola. Este es el precio unitario.
- Número de libras por \$1: 0.8 libras de granola por dólar.

Granola (lb)	Precio (\$)
4	5.00
1	1.25
0.8	1.00

Prueba hacer esto

En una tienda, 5 libras de papas cuestan \$4.

a ¿Cuánto costaría comprar 1 libra de papas en esta tienda?

b ¿Cuántas libras de papas podría comprar un cliente con \$1?

Las tasas unitarias pueden ayudar a determinar los valores que faltan en una tabla.

Por ejemplo, supongamos que 4 libras de manzanas cuestan \$10.

Esto significa que el costo de 1 libra de manzanas es de \$2.50. Así que puedes calcular el costo de cualquier cantidad de manzanas multiplicando el peso por 2.5.

También significa que con \$1 se pueden comprar 0.4 libras de manzanas. O sea que puedes calcular el número de libras de manzanas que puedes comprar con cualquier cantidad de dinero multiplicando la cantidad de dinero por 0.4.

Libras	Dólares
4	10
2	5
1	2.5
0.4	1

$\div 0.4$
 $\cdot 2.50$

$\div 2.5$
 $\cdot 0.4$

Prueba a hacer esto

Una fábrica puede producir 12 cajas de cereales en 3 minutos.

- Completa la tabla para distintos números de cajas de cereales.
- Elige *una* fila de la tabla y explica cómo determinaste el valor desconocido.

Cajas de cereales	Tiempo (minutos)
12	3
1	
40	
	8

Puedes describir la relación que hay entre dos cantidades utilizando dos tasas unitarias diferentes.

Supongamos que una tienda cobra \$6.40 por 8 onzas de helado cremoso. Las tasas unitarias en esta situación son las siguientes:

- Dólares por onza: \$0.80 por onza ($6.40 \div 8 = 0.80$)
- Onzas por dólar: 1.25 onzas por dólar ($8 \div 6.40 = 1.25$)

La tasa unitaria que necesitas para tus cálculos depende de la información que te den y de lo que quieras determinar.

Por tanto, si te dan el número de onzas y quieres determinar el costo, tendrás que multiplicarlo por los dólares por onza.

Pero si te dan el costo y quieres determinar el número de onzas que puedes comprar, tendrás que multiplicar por las onzas por dólar.

A menudo es útil determinar *ambas* tasas unitarias para poder responder a tantos tipos de preguntas como sea posible sobre la situación.

Peso (oz)	Costo (dólares)
8	6.40
10.4	?
?	5.20

Diagram illustrating unit rates and calculations:

- From 8 oz to 10.4 oz: $\times 0.8$ (blue arrow)
- From 5.20 to ? : $\times 1.25$ (green arrow)

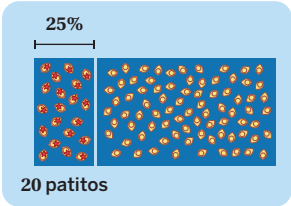
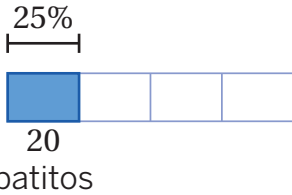
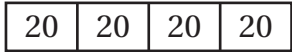
Prueba hacer esto

Un parquímetro indica que 60 minutos de estacionamiento tiene un precio de \$3.

- ¿Cuáles son las dos tasas unitarias en esta situación?
- Nathan necesita estacionar por 45 minutos. ¿Cuánto le costará?
- Amir tiene \$1.35 para estacionar. ¿Cuántos minutos de estacionamiento puede pagar?

Por ciento significa por cada 100. Se representa con el símbolo de porcentaje: %.

Cada uno de los diferentes juegos de patitos de esta lección tenía un determinado porcentaje de patitos con estrellas: 10%, 25%, 50% o 75%. Las fracciones y los diagramas de cinta pueden ayudarnos a interpretar estos problemas de porcentajes.

Problema de ejemplo	Con fracciones	Con diagramas de cinta
El 25% de los 80 patitos tienen estrellas. 	El 25% de algo significa $\frac{25}{100}$ or $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$ de 80 patitos son 20 patitos. 80 patitos en total 	Hay cuatro veces 25 en 100, por lo tanto, el diagrama de cinta puede dividirse en 4 partes. El número total de patitos también puede dividirse en 4 partes, de modo que haya 20 patitos en cada sección. 80 patitos en total 

Prueba hacer esto

Rudra compró una caja con 40 bolsas de papas fritas. Las papas fritas vienen en diferentes sabores.

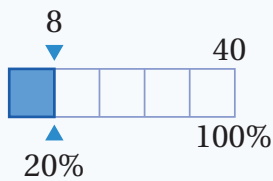
- La caja dice que el 25% de las bolsas de papas fritas tienen queso. ¿Cuántas bolsas de papas fritas con queso hay?
- La caja dice que el 10% de las papas fritas son picantes. ¿Cuántas bolsas de papas fritas picantes hay?

Puedes representar porcentajes usando diagramas de cinta, rectas numéricas dobles y tablas. Las estrategias que has utilizado para resolver problemas de razones también pueden ayudarte a razonar y resolver problemas de porcentajes.

Supongamos que un ciclista recorrió 8 kilómetros, lo que equivale al 20% de la distancia hasta su objetivo. ¿Cuál era la distancia total hasta su objetivo?

Aquí tienes tres formas de representar y resolver este problema de porcentajes.

Diagrama de cinta

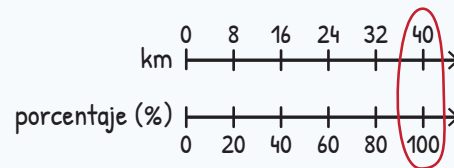


Tabla

km	%
8	20
40	100

Se muestra una flecha roja con 'x5' indicando la multiplicación de 8 por 5 para obtener 40, y otra flecha roja con 'x5' indicando la multiplicación de 20 por 5 para obtener 100.

Recta numérica doble

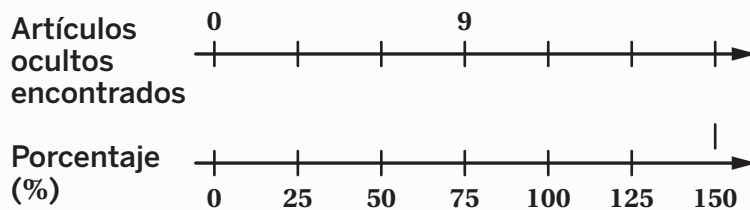


Por lo tanto, la distancia total hasta el objetivo del ciclista es 40 kilómetros.

Prueba a hacer esto

Sneha está jugando un videojuego. Encontró 9 artículos ocultos, que es el 75% de todos los artículos ocultos del juego. ¿Cuántos artículos ocultos hay en total en el juego?

Utiliza el diagrama de recta numérica doble si te ayuda a pensar.



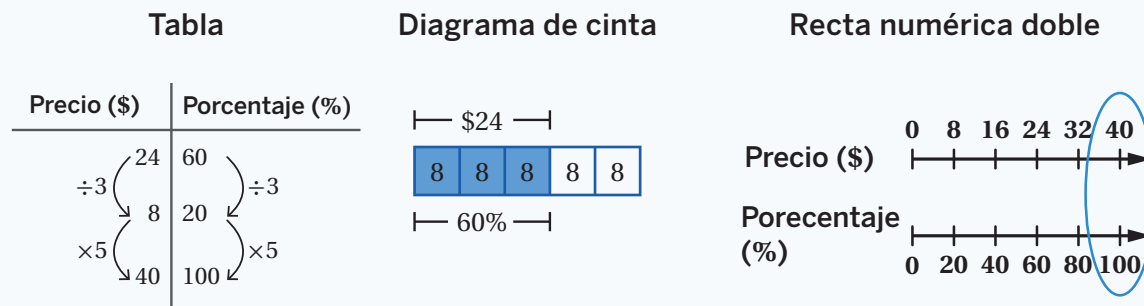
Puedes utilizar tablas, diagramas de cinta y rectas numéricas dobles para resolver problemas de porcentajes.

Existen tres tipos principales de problemas de porcentaje.

- Determinar el total cuando te dan la parte y el porcentaje.
- Determinar el porcentaje cuando te dan la parte y el total.
- Determinar la parte cuando te dan el porcentaje y el total.

Supongamos que el precio en oferta de un suéter es de \$24. El suéter está de oferta al 60% del precio original. ¿Cuánto costaba el suéter antes de que estuviera en oferta?

Aquí tienes tres representaciones que puedes utilizar para hallar el total (el precio original del suéter) dada la parte y el porcentaje.



Prueba hacer esto

Para cada pregunta, usa un diagrama de cinta, una recta numérica doble o una tabla para determinar el valor desconocido.

- a** Pilar leyó 144 de las 200 páginas de un libro. ¿Qué porcentaje del libro leyó?

- b** Tay está leyendo un libro de 300 páginas. El dispositivo de Tay indica que ya leyó el 80% del libro. ¿Cuántas páginas leyó Tay?

- c** Axel leyó 60 páginas de su libro. Su dispositivo indica que ya leyó el 40% del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

Para resolver problemas de porcentajes que tienen que ver con dinero, puedes hacer lo siguiente:

- Determinar el valor del 1% y multiplicarlo por el porcentaje que quieres hallar.
- Determinar cuántos centavos por dólar representa un porcentaje dado.

Supongamos que un pantalón tiene un precio de \$42. Si la *ganancia* de la fábrica por cada pantalón es el 14% del precio, ¿cuántos dólares gana la fábrica por cada venta?

Estrategia 1

Costo (dólares)	Porcentaje(%)
42	100
$\div 100$ $\frac{42}{100}$	$\div 100$ 1
$\times 14$ $\frac{42}{100} \cdot 14$	$\times 14$ 14

$$\frac{42}{100} \cdot 14 = 5.88$$

La fábrica gana \$5.88 por cada venta.

Estrategia 2

- 14% de ganancia significa que la ganancia son 14 centavos de cada dólar.

$$\frac{14}{100} = 0.14$$

- El precio del pantalón es de \$42.

$$\frac{14}{100} \cdot 42 = 5.88$$

La fábrica gana \$5.88 por cada venta.

Prueba hacer esto

Un par de zapatos cuesta \$60. La ganancia de la tienda es el 22% del costo.

¿Cuánto gana la tienda por cada par de zapatos?

Muestra o explica tu razonamiento.

Se pueden usar razones para determinar qué porcentaje representa una cantidad en comparación con otra.

Supongamos que un panda gigante adulto pesa 90 kilogramos y un oseño de panda gigante pesa 36 kilogramos. Se puede determinar el peso del oseño como porcentaje del peso del adulto aplicando varias estrategias.

Recta numérica doble										
Tablas de razones	<table><tr><th>Masa (kg)</th><th>Porcentaje (%)</th></tr><tr><td>90</td><td>100</td></tr><tr><td>1</td><td>$\frac{1}{90} \times 100$</td></tr><tr><td>36</td><td>$\frac{36}{90} \times 100$</td></tr></table>	Masa (kg)	Porcentaje (%)	90	100	1	$\frac{1}{90} \times 100$	36	$\frac{36}{90} \times 100$	- Determina la tasa unitaria (qué porcentaje corresponde a 1 kilogramo). - Usa la tasa unitaria para determinar qué porcentaje representa 36 kilogramos de 90 kilogramos.
Masa (kg)	Porcentaje (%)									
90	100									
1	$\frac{1}{90} \times 100$									
36	$\frac{36}{90} \times 100$									
Expresiones	$36 \div 90 \cdot 100 = \frac{36}{90} \cdot 100 = 40$	Calcula $\frac{p}{w} \cdot 100$ para determinar qué porcentaje es el peso del oseño, 36, del peso del panda adulto, 90.								

Prueba hacer esto

Taylor se propuso como objetivo correr 8 vueltas en una pista. Taylor en realidad corrió 12 vueltas.

¿Qué porcentaje del objetivo corrió Taylor?

Muestra o explica tu razonamiento.

Trabajar con datos e información del mundo real puede ser interesante, pero presenta desafíos, como por ejemplo, trabajar con números muy grandes o con información presentada de distintas maneras.

Las razones, las tasas y los porcentajes pueden ayudar a dar sentido a situaciones del mundo real y a comparar números muy grandes.

Algunas de las ventajas de las razones, las tasas y los porcentajes son:

- Permiten comparar cantidades dadas en escalas diferentes porque describen las cosas en términos de multiplicar y dividir en lugar de sumar y restar.
- Llevan todo a la misma escala, normalmente con un punto de referencia de 1 o 100, lo que facilita la comparación de números.

Por ejemplo, los porcentajes pueden ayudar a comparar grupos de personas de distintos tamaños en todo el mundo para ver cómo es realmente la distribución de la población.

Prueba a hacer esto

Estos son algunos datos del año 2024 sobre Filipinas.

- La población es de aproximadamente 118 millones de personas.
- El 53% de la población tiene acceso a Internet.
- 30 de cada 100 personas tienen menos de 15 años de edad.

a ¿Cuántas personas tienen acceso a Internet en Filipinas?

b ¿Cuántas personas tienen menos de 15 años de edad en Filipinas?

Lección 1

- a *Las respuestas pueden variar.* Puedes usar cualquier unidad de longitud, pero tiene sentido usar pies, yardas o metros para obtener un número con el que sea fácil trabajar. Se necesitaría un gran número de milímetros o centímetros y un número muy pequeño de kilómetros o millas para medir la altura de un edificio.
- b *Las respuestas pueden variar.* Puedes utilizar cualquier unidad de volumen, pero tiene sentido elegir una unidad de las mayores, como galones o litros, porque las piscinas contienen mucha agua.

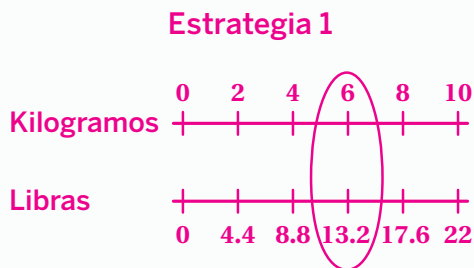
Lección 2

- a Centímetros. *Las explicaciones pueden variar.* Los centímetros son más pequeños que las pulgadas, por lo que se necesitan más para medir la misma longitud.
- b No. *Las explicaciones pueden variar.* Como 1 pulgada equivale a 2.54 centímetros, 11 pulgadas equivalen a $11 \cdot 2.54 = 27.94$ centímetros. El libro mide 29 centímetros de alto, así que no cabe.

Lección 3

Alrededor de 13.2 libras.

Nota para cuidadores: Estas son dos estrategias posibles para calcular esta respuesta:



6 kilogramos son aproximadamente 13.2 libras

Lección 4

- a 8 metros por segundo.

Nota para cuidadores: Esta es una tasa unitaria porque indica cuántos metros puede correr Natalia en 1 segundo.

- b 240 metros.

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en multiplicar la velocidad de Natalia (8 metros por segundo) por el tiempo que corre (30 segundos).

Lección 5

\$0.26 por 2 onzas es una mejor oferta. *Las explicaciones pueden variar.* Multipliqué \$0.26 por 8 para determinar el precio de comprar 1 libra de lentejas a granel. $0.26 \cdot 8 = \$2.08$, por lo que el precio de las lentejas a granel es inferior al de la bolsa de 1 libra (\$2.49).

Lección 6

- a \$0.80
- b 1.25 libras

Lección 7

a

Cajas de cereales	Tiempo (minutos)
12	3
1	$\frac{1}{4}$ (o equivalente)
40	10
32	8

- b *Las respuestas pueden variar.* Calculé que tardaría 10 minutos en producir 40 cajas multiplicando el tiempo de 1 caja por 40. $40 \cdot \frac{1}{4} = 10$.

Lección 8

- a 20 minutos por dólar y \$0.05 por minuto
- b \$2.25.

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en multiplicar la tasa unitaria de \$0.05 por minuto por 45 minutos. $0.5 \cdot 45 = 2.25$.

- c 27 minutos.

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en multiplicar la tasa unitaria de 20 minutos por dólar por \$1.35. $20 \cdot 1.35 = 27$.

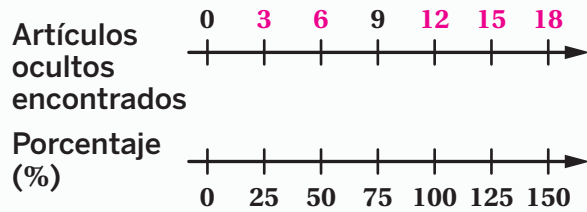
Lección 9

- a 10 bolsas de papas fritas tienen queso.
- b Hay 4 bolsas de papas fritas picantes.

Lección 10

12 artículos ocultos.

Nota para cuidadores: Este es un ejemplo de una recta numérica doble completa.



Lección 11

a 72%.

Nota para cuidadores: Esta es una estrategia:

Páginas	Porcentaje (%)
$\div 100$ $\xrightarrow{200}$ $\rightarrow 2$ $\xrightarrow{\cdot 72}$ $\rightarrow 144$	$\div 100$ $\xrightarrow{100}$ $\rightarrow 1$ $\xrightarrow{\cdot 72}$ $\rightarrow 72$

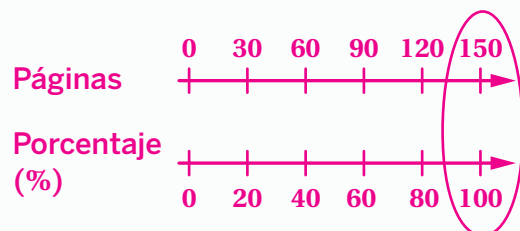
b 240 páginas.

Nota para cuidadores: Esta es una estrategia:

Páginas	Porcentaje (%)
$\div 10$ $\xrightarrow{300}$ $\rightarrow 30$ $\xrightarrow{\cdot 8}$ $\rightarrow 240$	$\div 10$ $\xrightarrow{100}$ $\rightarrow 10$ $\xrightarrow{\cdot 8}$ $\rightarrow 80$

c 150 páginas.

Nota para cuidadores: Esta es una estrategia:



Lección 12

\$13.20. Las explicaciones pueden variar. Estas son dos estrategias posibles:

Estrategia 1

Costo (dólares)	Porcentaje (%)
$\div 100$ $\begin{array}{c} 60 \\ \div 100 \\ \hline 0.60 \\ \cdot 22 \\ \hline 13.20 \end{array}$	$\div 100$ $\begin{array}{c} 100 \\ \div 100 \\ \hline 1 \\ \cdot 22 \\ \hline 22 \end{array}$

La tienda gana \$13.20 por cada par de zapatos.

Estrategia 2

- 22% significa que $\frac{22}{100}$ de cada dólar son ganancias.
- El precio de los zapatos es de \$60.
- $\frac{22}{100} \cdot 60 = 13.20$
- La tienda gana \$13.20 por cada par de zapatos.

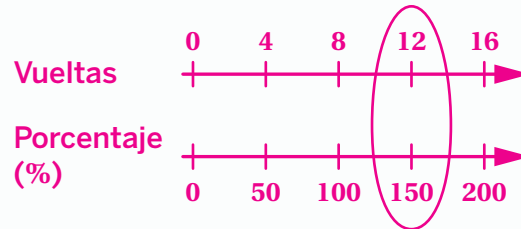
Lección 13

150%. Las explicaciones pueden variar. Estas son dos estrategias:

Estrategia 1

Vueltas	Porcentaje (%)
$\div 2$ $\begin{array}{c} 8 \\ \div 2 \\ \hline 4 \\ \cdot 3 \\ \hline 12 \end{array}$	$\div 2$ $\begin{array}{c} 100 \\ \div 2 \\ \hline 50 \\ \cdot 3 \\ \hline 150 \end{array}$

Estrategia 2



Lección 14

- a 62.54 millones de personas
- b 35.4 millones de personas