



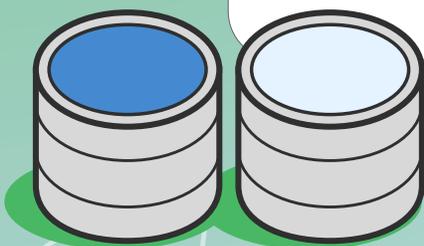
Unidad **2**

Introducción a las razones

Ya sabes cómo usar las matemáticas para comparar longitudes, áreas y temperaturas. Pero, ¿qué pasaría si quisieras comparar el precio, el sabor, el color o tal vez qué tan justo es algo? En esta unidad, usarás razones para describir relaciones entre dos cantidades y compararlas en situaciones del mundo real.

Preguntas esenciales

- ¿Qué dice una razón sobre la relación entre cantidades?
- ¿Cómo pueden las razones ayudarte a obtener el mismo sabor, la misma textura o el mismo color cada vez que preparas una receta?
- ¿Cómo pueden ayudarnos las razones a considerar cuestiones relativas a la equidad?



La relación entre diferentes cantidades, como los ingredientes de una receta de pizza, se puede representar. Una vez que creas una receta con tus ingredientes favoritos, puedes usar la relación entre esos ingredientes para preparar múltiplos de la misma pizza.

Por ejemplo, si tu receta usa 4 champiñones para preparar 1 pizza, entonces necesitarás 12 champiñones para preparar 3 pizzas.

Algunas cantidades no tienen este tipo de relaciones. Por ejemplo, si horneas una pizza a 800 °F en un horno para pizza, entonces tendrás que hornear 2 pizzas a aproximadamente la misma temperatura. Duplicar la cantidad de pizzas no significa que tengas que duplicar la temperatura.

Prueba a hacer esto

- a** Estos son los ingredientes que necesita una pizzería para preparar 2 de las pizzas favoritas de Jaleel.

¿Qué cantidad de cada cobertura necesitan para hacer 8 de estas pizzas para la fiesta de cumpleaños de Jaleel?

	2 pizzas	8 pizzas
Queso	10 onzas	
Pepperoni	18 rebanadas	
Cebolla	20 rebanadas	
Piña	12 rebanadas	

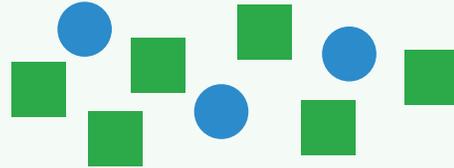
- b** Si Jaleel pide el doble de pizzas, ¿se duplicará el costo de las pizzas? ¿Y con el costo de envío? Explica tu razonamiento.

Una **razón** es una relación entre dos cantidades. Una forma de escribir una razón es $a : b$, lo que significa que por cada a de la primera cantidad, hay b de la segunda.

Hay muchas formas de describir una razón con palabras.

Por ejemplo, estas son algunas formas de describir la razón entre círculos y cuadrados en este diagrama.

- La razón de círculos a cuadrados es de 3 a 6.
- Hay 6 cuadrados por cada 3 círculos.
- Hay 2 veces más cuadrados que círculos.
- Por cada (1) círculo, hay 2 cuadrados.

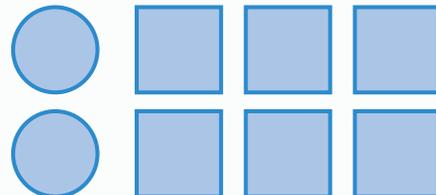


Prueba a hacer esto

Esta es una imagen de círculos y cuadrados.

a Completa cada enunciado basándote en la imagen.

- La razón de círculos a cuadrados es de a
- La razón de cuadrados a círculos es :
- Por cada círculo, hay cuadrados.



b Haz un dibujo con una razón de 3 cuadrados : 2 círculos.

Las recetas pueden ayudarnos a comprender las **razones equivalentes**. Cada receta requiere una razón específica de ingredientes, pero la razón se puede reducir a la mitad, duplicar o triplicar para hacer diferentes cantidades de la misma receta.

Receta original

Hervir 3 tazas de agua por cada 2 tazas de arroz.



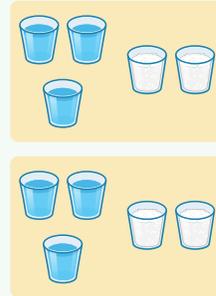
3 a 2

Receta reducida a la mitad



$1\frac{1}{2}$ a 1

Receta duplicada



6 a 4

Receta triplicada



9 a 6

Estas razones son equivalentes porque todas representan la misma receta. Se puede multiplicar o dividir cada uno de los valores de la primera razón por el mismo número para obtener los valores de cada una de las otras razones.

Prueba a hacer esto

El arroz con guisantes es una guarnición popular del Caribe.

Una receta de arroz con guisantes lleva 14 onzas de leche de coco y rinde para 4 personas.

Adriana prepara arroz con guisantes para 8 personas. Dice que necesita 18 onzas de leche de coco.

¿Está Adriana en lo correcto? Explica tu razonamiento.

Podemos usar balanzas como ayuda para comprender las razones equivalentes. Cuando ambas cantidades en una razón se multiplican o dividen por la misma cantidad, la relación de razón permanece igual y la balanza se mantiene equilibrada.

Por ejemplo, la razón de naranjas a mangos en esta balanza es de 14 : 8.

Se puede crear una razón equivalente de 7 : 4 dividiendo la cantidad de cada fruta por 2. Esto significa que 7 naranjas y 4 mangos también se equilibrarán en la balanza. 21 naranjas a 12 mangos también sería una razón equivalente porque se pueden obtener esos valores multiplicando 14 y 8 por $\frac{3}{2}$.



Se puede usar una **tabla** para organizar y llevar un registro de valores equivalentes. Las tablas organizan la información en filas horizontales y columnas verticales. La primera fila o columna suele indicarnos lo que representan los números.

Cantidad de naranjas	Cantidad de mangos
14	8
7	4
21	12

Esta es una tabla que representa las diferentes cantidades de naranjas y mangos necesarias para equilibrar la balanza.

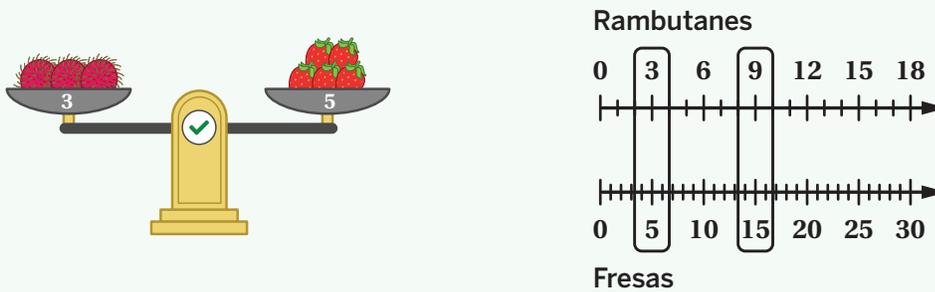
Prueba a hacer esto

Esta balanza se equilibra con una razón de 2 limas a 5 lichis.

- a** Selecciona *todas* las razones equivalentes de limas y lichis.
- A. 1 limas a 4 lichis
 - B. 4 limas : 10 lichis
 - C. 1 lima : 2.5 lichis
 - D. 6 limas a 15 lichis
 - E. 12 limas a 15 lichis
- b** Elige *una* razón equivalente de la sección a anterior. Explica cómo sabes que es equivalente.

Una **recta numérica doble** es otra forma de representar razones equivalentes. Cada recta numérica doble se compone de un par de rectas numéricas paralelas. Las marcas indicadoras están rotuladas para que los números que se alinean verticalmente formen razones equivalentes.

Por ejemplo, si una razón de 3 rambutanes a 5 fresas se equilibra en una balanza, se puede usar una recta numérica doble para determinar cuántas fresas se equilibrarán con 9 rambutanes.

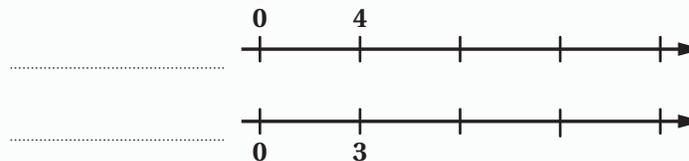


Para representar una razón de 3 : 5, comienza con 3 y 5 en la misma ubicación en cada recta numérica y luego cuenta de a 3 en una recta numérica y de a 5 en la otra recta. En este ejemplo, se puede determinar que se necesitarán 15 fresas para equilibrar 9 rambutanes. Cada par de valores coincidentes representa una razón equivalente a 3 : 5.

Prueba a hacer esto

Una balanza se equilibra con una razón de 4 pitayas a 3 granadas.

- a** Completa esta recta numérica doble para que muestre la razón entre las pitayas y las granadas.



- b** ¿Cuántas pitayas equilibrarán 12 granadas?

Cuando gastas tu dinero, puedes usar el precio por artículo para decidir si algo representa una buena oferta o para determinar cuánto costarán diferentes cantidades de un producto. La palabra *por* significa “por cada”.

Por ejemplo, si 3 botellas de jugo cuestan \$7.50, se puede determinar cuánto costarán 8 botellas de jugo.

- El precio por botella es de \$2.50, porque $7.50 \div 3 = 2.50$.
- El precio de 8 botellas es 8 veces el precio por botella, y $8 \cdot 2.50 = \$20$.



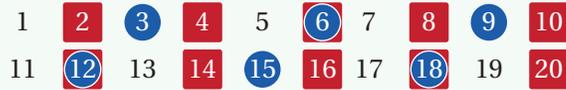
Prueba a hacer esto

Adah está comprando en la tienda de la esquina.

- a** Cuatro botellas de agua cuestan \$6. ¿Cuánto cuesta una botella?

- b** Cuesta \$15 comprar 12 donas. ¿Cuánto costarían 8 donas?

Un **múltiplo común** de dos números es un número que es múltiplo de ambos números. Este es un diagrama que muestra algunos múltiplos de 2 (marcados con cuadrados) y algunos múltiplos de 3 (marcados con círculos). Podemos ver que algunos de los múltiplos comunes de 2 y 3 son 6, 12 y 18.



El **mínimo común múltiplo (MCM)** es el número menor que es múltiplo común de dos números. En el ejemplo de 2 y 3, el MCM es 6. Es útil determinar el MCM al resolver problemas como cuántos paquetes de salchichas de tofu y panes para perritos calientes necesitas comprar, o con qué frecuencia paran dos trenes en la misma estación. Por ejemplo, si el tren A para en la estación cada 2 horas y el tren B para en la estación cada 3 horas, ambos trenes estarán en la estación cada 6 horas.

Prueba a hacer esto

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 9 y 12?
Muestra o explica tu razonamiento.

Usa la cuadrícula si te ayuda con tu razonamiento.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Puedes usar diferentes estrategias para comparar dos razones.

Comparemos las razones de dos latas de pintura para ver cuál producirá un tono más claro de gris.

Razón A

5 onzas de pintura
negra
3 galones de pintura
blanca

Razón B

7 onzas de pintura
negra
4 galones de pintura
blanca

Estrategia 1: Multiplicar ambas razones para que cada una tenga la misma cantidad de pintura negra.

- Multiplica ambas razones para que cada una tenga la misma cantidad de pintura negra.
- El MCM para el número de onzas de pintura negra en ambas razones es 35.
- Multiplica la razón A por 7 para obtener 35 onzas de pintura negra y 21 galones de pintura blanca.
- Multiplica la razón B por 5 para obtener 35 onzas de pintura negra y 20 galones de pintura blanca.

Cuando ambas razones tienen la misma cantidad de pintura negra, la razón A tiene más galones de pintura blanca, lo que significa que será de un tono gris más claro.

Estrategia 2: Calcular el número de onzas de pintura negra por galón de pintura blanca.

- Calcula el número de onzas de pintura negra por galón de pintura blanca.
- La razón A tiene $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ de onza de pintura negra por cada galón de pintura blanca.
- La razón B tiene $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ de onza de pintura negra por cada galón de pintura blanca.

La razón A tiene menos pintura negra por cada 1 galón de pintura blanca, lo que significa que será de un tono gris más claro.

Prueba a hacer esto

Mayra y Juan mezclaron cada uno pintura turquesa y pintura blanca para conseguir un determinado tono de pintura turquesa.

Mayra usó una razón de 4 onzas de turquesa por 2 galones de blanco.

Juan usó una razón de 6 onzas de turquesa por 4 galones de blanco.

¿Cuál razón produjo un turquesa más oscuro? Explica tu razonamiento.

Podemos usar tablas de razones como ayuda para hacer planes para situaciones que aún no hemos experimentado.

Estas son algunas recomendaciones de suministros para una fiesta de tacos para 50 personas:

- 10 libras de carnitas
- 15 tazas de frijoles pintos
- 125 tortillas

	Personas	Carnitas (lb)	Frijoles pintos (tazas)	Tortillas
	50	10	15	125
$\times 4$	200	40	60	500
	10	2	3	25

$\div 5$

Usemos una tabla para determinar las distintas cantidades de cada ingrediente que podríamos necesitar para fiestas de distintos tamaños. Por ejemplo, si solo vinieran 10 personas a la fiesta de tacos, necesitaríamos solamente 2 libras de carnitas, 3 tazas de frijoles pintos y 25 tortillas. Si vinieran 200 personas a la fiesta, podríamos multiplicar por 4 los valores de la fiesta para 50 personas para determinar la cantidad de cada ingrediente. Solo tenemos que multiplicar o dividir todos los valores de cada fila por el mismo número para conservar cada relación de razón.

Prueba a hacer esto

La Escuela Intermedia de Metrópolis está planeando sus bailes de este año académico. Anteriormente, compraban 3 cuartos de limonada, 2 bolsas de hielo y 12 galletas por cada 10 asistentes.

Este año esperan que 300 personas asistan al baile de invierno y 75 al de 8.º grado. Completa la tabla para predecir qué cantidad de cada artículo deben comprar para cada baile.

Personas	Galletas	Limonada (cuartos)	Hielo (bolsas)
10	12	3	2
300			
75			

Existen algunas estrategias útiles que puedes aplicar para determinar los valores que faltan en razones equivalentes. Una estrategia es determinar una nueva razón en la que una de las cantidades sea igual a 1.

Por ejemplo, si 6 globos pueden hacer flotar 3 canicas, se puede usar la razón 6 : 3 y razones equivalentes para resolver diferentes problemas.

Para determinar la cantidad de globos que pueden hacer flotar 8 canicas:

- Calcula la cantidad de globos que hacen flotar 1 canica.
- Luego puedes multiplicar esa razón por 8 para determinar que 16 globos hacen flotar 8 canicas.

	Número de globos	Número de canicas
	6	3
$\div 3$	2	1
$\times 8$	16	8

Para determinar la cantidad de canicas que flotarán con 4 globos:

- Calcula la cantidad de canicas que flotarán con 1 globo.
- Luego, puedes multiplicar esa razón por 4 para determinar que 4 globos hacen flotar 2 canicas.

	Número de globos	Número de canicas
	6	3
$\div 6$	1	0.5
$\times 4$	4	2

Prueba a hacer esto

Zwena compra manzanas para hacer una tarta. 4 manzanas pesan 16 onzas.

La tarta de Zwena lleva 40 onzas de manzanas.

¿Cuántas manzanas debe comprar? Explica tu razonamiento.

Manzanas	Peso (oz)
4	16

Podemos usar razones equivalentes para ayudar a resolver problemas del mundo real que incluyen al menos dos cantidades. Cuando trabajamos con problemas del mundo real, es posible que necesitemos redondear números o pensar en las circunstancias de la situación para determinar qué soluciones tienen sentido.

Digamos que el Servicio de entrega de Metrópolis hace 15 entregas cada 2 horas. Tienen que hacer 100 entregas mañana.

Se puede usar una tabla de razones para determinar que tardarán aproximadamente $13\frac{1}{3}$ horas, o 13 horas y 20 minutos, en hacer las 100 entregas.

Si trabajas para el Servicio de entrega de Metrópolis, quizás no informes el valor exacto a los clientes. En su lugar, podrías redondear a 13.5 o 14 horas para tener en cuenta el tráfico y otros retrasos.

Cantidad de entregas	Cantidad de horas
15	2
5	$\frac{2}{3}$
100	$\frac{40}{3}$ o $13\frac{1}{3}$

Prueba a hacer esto

Cho toma un tren para visitar a su amigo. El tren recorre 45 millas en 60 minutos.

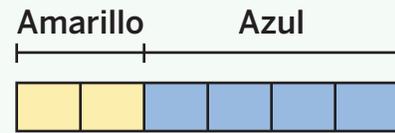
- a** La parada de Cho está a 120 millas. ¿Cuánto tardará el tren en llegar a su parada?

- b** Cho consultó su reloj al cabo de 12 minutos. ¿Qué distancia había recorrido el tren?

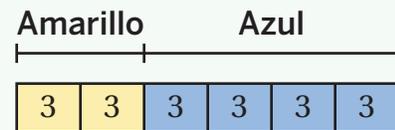
Un **diagrama de cinta** es una forma de representar relaciones entre cantidades (por ejemplo, razones) como longitudes de cinta. El diagrama está dividido para representar las partes. Juntas, estas partes representan el todo.

Podemos usar diagramas de cinta para representar cosas como la razón de diferentes pinturas en una mezcla.

Por ejemplo, cuando se mezclan 2 vasitos de pintura amarilla con 4 vasitos de pintura azul, se crean 6 vasitos de pintura verde. Este es un diagrama de cinta que representa esa razón, donde cada parte representa 1 vasito de pintura.



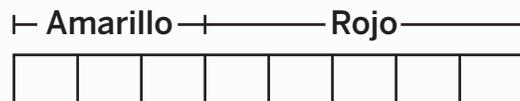
Pero si cada parte representara 3 vasitos de pintura, habría 6 vasitos de pintura amarilla, 12 vasitos de pintura azul y un total de 18 vasitos de pintura verde. Esta es una forma de ver una razón equivalente a la razón original.



Prueba a hacer esto

DeShawn necesita 40 vasitos de pintura naranja para pintar su habitación. Piensa mezclar 3 partes de pintura amarilla y 5 partes de pintura roja para obtener el color naranja.

Este es un diagrama de cinta que DeShawn creó para representar la proporción de pintura amarilla y pintura roja.



- Rellena el diagrama de cinta de manera que muestre un total de 40 vasitos de pintura naranja.
- ¿Cuánta pintura amarilla necesita DeShawn?
- ¿Cuánta pintura roja necesita DeShawn?

Las tablas de razones, los diagramas de cinta y los modelos pueden ayudarnos a determinar cantidades desconocidas, lo que puede ayudarnos a resolver problemas del mundo real.

Por ejemplo, Metrópolis tiene requisitos para la razón de espacio verde a espacio edificado en cada nuevo desarrollo de vecindario. Los requisitos dicen que debe haber 2 unidades de espacio verde por cada 5 unidades de espacio edificado.

Una nueva urbanización tiene 35 unidades de terreno. Usemos una tabla de razones y un diagrama de cinta para determinar cuántas unidades de espacio edificado pueden construir.

Tabla de razones

Espacio verde	Espacio edificado	Total
2	5	7
10	25	35

$$35 \div 7 = 5$$

$$5 \cdot 5 = 25$$

Espacio verde



$$7 \cdot 5 = 35$$

$$5 \cdot 5 = 25$$

Entonces, para un total de 35 unidades de terreno, Metrópolis tendrá 25 unidades de espacio edificado.

Prueba a hacer esto

Tyrone prepara café con leche mezclando 4 partes de café y 3 partes de leche condensada azucarada. Luego congela la mezcla para hacer paletas. Necesita 21 onzas de café con leche para hacer paletas esta semana.

¿Qué cantidad de cada ingrediente necesitará? Explica tu razonamiento.

Podemos usar razones para comprender problemas de nuestras vidas y ayudar a desarrollar soluciones.

Por ejemplo, digamos que María decidió hacer un experimento sobre el desperdicio de comida en casa. Determinó que su familia desechó 9 libras de basura en 5 días. De esas 9 libras de basura, 3 libras eran plástico, 4 libras eran comida y 2 libras eran otros desechos.

Puedes usar razones para aprender más sobre los hábitos de desecho de su familia.

- Puedes determinar cuánta basura tiraría la familia de María en un año (365 días). $365 \text{ días es } 73 \text{ veces más largo que su experimento.}$
- Luego podrás determinar qué cantidad de esa basura anual sería plástico, alimentos y otros desechos. $9 \cdot 73 = 657 \text{ libras de basura}$
 $\text{Plásticos: } \frac{3}{9} \cdot 657 = 219 \text{ libras}$
 $\text{Comida: } \frac{4}{9} \cdot 657 = 292 \text{ libras}$
 $\text{Otros: } \frac{2}{9} \cdot 657 = 146 \text{ libras}$

Prueba a hacer esto

- Según la información del resumen, ¿cuánta basura tiraría la familia de María en un mes (30 días)?
- ¿Qué cantidad de su basura mensual sería plástico, alimentos y otros desechos?

Lección 1

a

	2 pizzas	8 pizzas
Queso	10 onzas	40 onzas
Pepperoni	18 rebanadas	72 rebanadas
Cebolla	20 rebanadas	80 rebanadas
Piña	12 rebanadas	48 rebanadas

- b El costo de las pizzas puede duplicarse porque el restaurante tiene que utilizar el doble de cada ingrediente y hacer el doble de trabajo. El repartidor sigue teniendo que hacer un solo viaje, por lo que el costo del envío probablemente no se duplique.

Lección 2

a • 2 a 6

• 6 : 2

• 3

- b *Los dibujos pueden variar.*



Lección 3

Adriana no está en lo correcto.

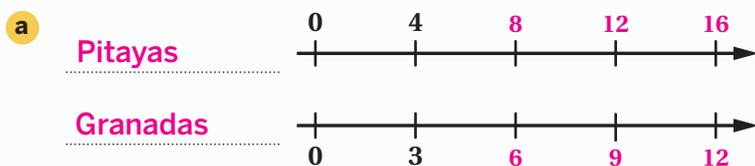
Las explicaciones pueden variar. Adriana quiere que le rinda para el doble de personas, por lo que debe duplicar la cantidad de leche de coco para obtener $14 \cdot 2 = 28$ onzas. Tal vez piense que necesita añadir 4 onzas más de leche de coco para que le alcance para 4 personas más, pero no será suficiente.

Lección 4

- a B. 4 limas : 10 lichis
C. 1 lima : 2.5 lichis
D. 6 limas a 15 lichis

- b *Las respuestas pueden variar. La razón 4 limas: 10 lichis es equivalente porque es el doble de la razón original.*

Lección 5



- b 16 pitayas

Lección 6

- a \$1.50
- b \$10

Nota para cuidadores: Los estudiantes podrían mencionar que a veces las donas individuales tienen un precio diferente al de las docenas. El ejemplo de respuesta supone que cada dona tiene el mismo precio y que no se hacen descuentos por comprar una docena.

Lección 7

36.

Las explicaciones pueden variar. Los primeros múltiplos de 9 son 9, 18, 27 y 36. Los primeros múltiplos de 12 son 12, 24 y 36. 36 es el mínimo común múltiplo porque es el número más pequeño que es múltiplo de 9 y de 12.

Lección 8

a 6.

Las explicaciones pueden variar. Los factores de 24 son 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24. Los factores de 30 son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30. El mayor número que es factor de 24 y de 36 es 6.

b 5.

Las explicaciones pueden variar. Los factores de 55 son 1, 5, 11 y 55. Los factores de 75 son 1, 3, 5, 15, 25 y 75. El mayor número que es factor de 55 y de 75 es 5.

Lección 9

La razón de Mayra.

Las explicaciones pueden variar. Juan usó 6 onzas de pintura turquesa para 4 galones de pintura blanca. Si duplicamos las cantidades en la razón de Mayra, podemos ver que ella usaría 8 onzas de pintura turquesa para 4 galones de pintura blanca. La razón de Mayra usó más turquesa para la misma cantidad de blanco, lo que significa que produjo un color más oscuro.

Lección 10

Personas	Galletas	Limonada (cuartos)	Hielo (bolsas)
10	12	3	2
300	360	90	60
75	90	22.5	15

Lección 11

10 manzanas.

Las explicaciones pueden variar. Si 4 manzanas pesan 16 onzas, entonces 2 manzanas pesan 8 onzas. Puedo multiplicarlo por 5 para determinar que 10 manzanas pesan 40 onzas.

Nota para cuidadores: En las explicaciones, los estudiantes podrían advertir que no todas las manzanas tienen el mismo tamaño. Zvena podría comprar más manzanas si algunas son más pequeñas o menos manzanas si algunas son muy grandes.

Lección 12

- a 160 minutos
- b 9 millas

Lección 13



- b 15 vasitos de pintura amarilla
- c 25 vasitos de pintura roja

Lección 14

12 onzas de café y 9 onzas de leche condensada azucarada.

Las explicaciones pueden variar. La receta de Tyrone lleva 7 partes en total. Como quiere 21 onzas esta semana y $7 \cdot 3 = 21$, debe multiplicar cada parte de su razón por 3. Esto significa que necesitará $4 \cdot 3 = 12$ onzas de café y $3 \cdot 3 = 9$ onzas de leche condensada azucarada, para un total de $12 + 9 = 21$ onzas.

Lección 15

- a 54 libras de basura
- b Plásticos: $\frac{3}{9} \cdot 54 = 18$ libras
Comida: $\frac{4}{9} \cdot 54 = 24$ libras
Otro tipo de basura: $\frac{2}{9} \cdot 54 = 12$ libras