

## Unidad 1

# Volumen

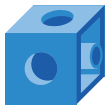
### Preguntas esenciales

- ¿De qué manera ayuda el volumen a describir y comparar objetos tridimensionales?
- ¿Cómo puedes determinar el volumen de una figura que se compone de prismas rectangulares?

### Cuento de la unidad: Joyful Green

En este cuento, el exceso de basura de Trashville se empaqueta en cubos y se envía a la ciudad de Joyful Green, donde se da a la basura un nuevo propósito.

El **volumen** mide la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional. Se puede medir contando la cantidad de **cubos unitarios** que se necesitan para formar la figura.

1 cubo unitario	Número de cubos unitarios utilizados para formar una figura	Volumen de la figura
	7	7 cubos unitarios

## Práctica

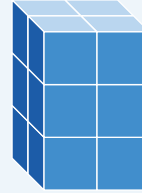
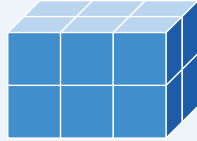
1 ¿Cuál de estos enunciados es verdadero?

- A El volumen se determina *solo* con la longitud de una figura.
- B El volumen se determina *solo* con la altura y el ancho de una figura.
- C El volumen se determina con el número de cubos unitarios que se necesitan para formar una figura.
- D El volumen se determina *solo* con la longitud y el ancho de una figura.

2 Han usó 12 cubos unitarios para formar una figura. Determina el volumen de la figura.

---

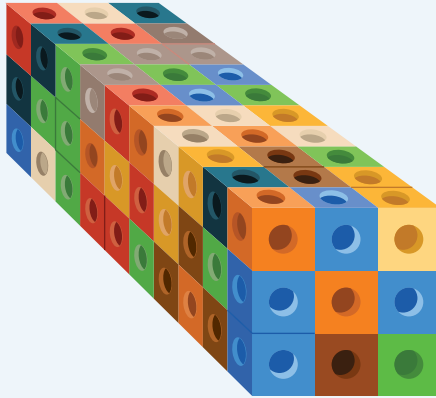
Un prisma rectangular se compone de capas idénticas, las cuales se pueden utilizar para determinar su volumen. Prismas de apariencias diferentes pueden tener el mismo volumen.



## Práctica

- 1** Diego utilizó 12 cubos unitarios para formar un prisma rectangular. ¿Cómo podría lucir el prisma? Selecciona *todas* las opciones que correspondan.
- A** Hay 12 cubos unitarios en 1 capa. Hay 3 capas.
  - B** Hay 3 capas idénticas. En cada capa, los cubos unitarios están dispuestos en 2 columnas con 2 cubos unitarios en cada columna.
  - C** Hay 3 capas. Cada capa está dispuesta en 3 filas con 2 cubos unitarios en cada fila.
  - D** Hay 2 capas de 3 columnas con 2 cubos unitarios en cada columna.

El volumen de un prisma rectangular se puede determinar contando grupos iguales en 1 capa cualquiera.



El prisma tiene 10 capas de 9 cubos o 3 capas de 30 cubos.

## Práctica

- 1 Shawn dice que el volumen del prisma rectangular es de 45 cubos unitarios porque hay 3 capas de 15 cubos unitarios. ¿Estás de acuerdo con Shawn? Explica tu razonamiento.

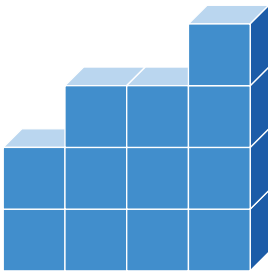
---

---

## En esta subunidad . . .

- Definimos **volumen** como la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional. Puede medirse llenando un objeto con **cubos unitarios** sin que queden vacíos ni superposiciones.

- Determinamos los volúmenes de figuras tridimensionales contando el número de cubos unitarios utilizados para formar las figuras.

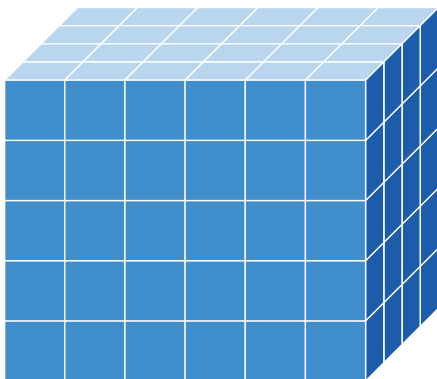


El volumen es de 12 cubos unitarios:

- 1 cubo encima
- 3 cubos en la siguiente fila
- 8 cubos en la parte inferior, dispuestos en 2 filas

**Sugerencia matemática:** Cuenta más rápido hallando los grupos de cubos que tengan las mismas cantidades de filas y columnas.

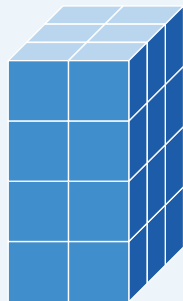
- Vimos que **los prismas rectangulares** están compuestos de capas, o grupos iguales de cubos unitarios. Describimos los prismas rectangulares de diferentes maneras.



Cara	Descripción
lado	6 capas de 20 cubos
frente	4 capas de 30 cubos
parte superior	5 capas de 24 cubos

El volumen de un prisma rectangular es el producto del número de cubos unitarios en 1 capa, o el área de la base, por el número de capas. Debido a que cualquier cara puede representar la base, se puede representar el volumen de un mismo prisma con diferentes expresiones de multiplicación.

### Prisma rectangular



### Expresiones

$$8 \times 3$$

$$(2 \times 4) \times 3$$

$$6 \times 4$$

$$12 \times 2$$

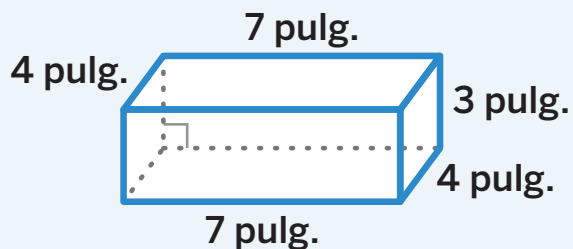
## Práctica

1 Determina el volumen del prisma rectangular.

 Muestra o explica tu razonamiento.

respuesta: \_\_\_\_\_

El volumen de un prisma rectangular se mide en unidades cúbicas, por ejemplo, pulgadas cúbicas. Las fórmulas  $V = \ell \times w \times h$  y  $V = B \times h$  pueden utilizarse para determinar el volumen de cualquier prisma rectangular.



$$V = \ell \times w \times h$$

- $V = 7 \times 4 \times 3$

$$V = B \times h$$

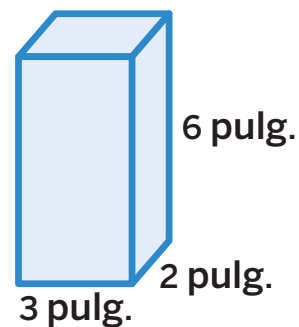
- $V = 28 \times 3$
- $V = 12 \times 7$
- $V = 21 \times 4$

El volumen,  $V$ , mide 84 pulgadas cúbicas.

## Práctica

- Determina si cada expresión representa el volumen del prisma rectangular en pulgadas cúbicas. Pon una marca de verificación en la columna adecuada.

	Sí	No
$12 \times 3$		
$6 + 6 + 6$		
$(2 \times 3) \times 6$		
$3 \times 6 \times 3$		
$6 \times 6$		



El volumen de un prisma rectangular se expresa en **unidades cúbicas** y se pueden utilizar unidades estándar de diferentes tamaños. Si bien la medida puede tener un valor diferente, el volumen es el mismo.



El volumen mide:

295 centímetros cúbicos

18 pulgadas cúbicas

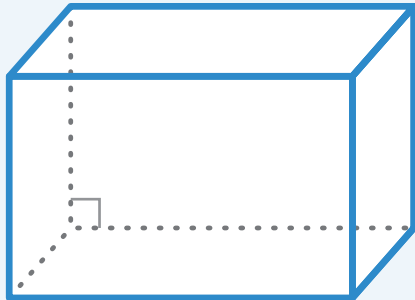
0.01 pies cúbicos

## Práctica

**1** ¿Cuáles de estos enunciados son verdaderos? Selecciona *todos* los que correspondan.

- A** Cuanto menor es la unidad de medida que se emplea, menor es el valor que representa el volumen..
- B** Cuanto menor es la unidad de medida que se emplea, menor es el valor que representa el volumen.
- C** El volumen de un objeto cambia dependiendo de la unidad de medida.
- D** No importa qué unidad de medida se utilice, el volumen del objeto es el mismo, aunque el valor que representa el volumen sea diferente.

Se pueden utilizar las fórmulas del volumen de prismas rectangulares para resolver problemas del mundo real.



$$V = \ell \times w \times h$$

$$V = B \times h$$

## Práctica

En los problemas 1 y 2, determina el volumen del objeto.

- 1 Una caja de leche que mide 4 centímetros por 10 centímetros por 30 centímetros

 Muestra o explica tu razonamiento.

respuesta: \_\_\_\_\_


### En esta subunidad . . .

- Vimos que el volumen de un prisma rectangular es el producto del número de cubos unitarios en 1 capa, que es el área de una base, por el número de capas.
- Vimos que el volumen de un prisma rectangular puede representarse con diferentes expresiones de multiplicación.

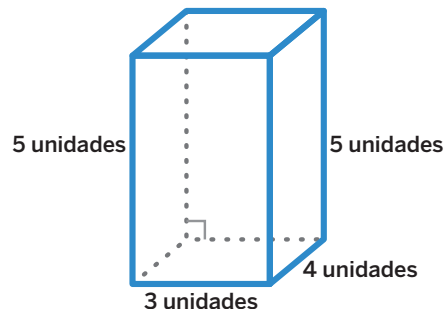


### Expresiones

- $2 \times 3 \times 4$
- $(2 \times 3) \times 4$
- $6 \times 4$
- $3 \times 4 \times 2$
- $(3 \times 4) \times 2$
- $12 \times 2$
- $2 \times 4 \times 3$
- $(2 \times 4) \times 3$
- $8 \times 3$

 **Sugerencia matemática:** Usa paréntesis para mostrar qué factores representan las dimensiones de la base. El otro factor es la altura.

- Determinamos los volúmenes de prismas rectangulares multiplicando las dimensiones o multiplicando el área de una base por su altura correspondiente.
- Utilizamos las fórmulas  $V = \ell \times w \times h$  y  $V = B \times h$ .

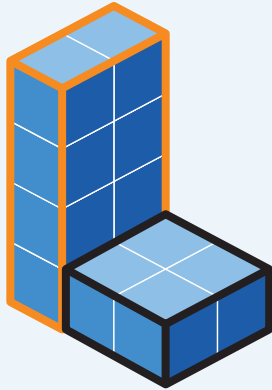


### Expresiones

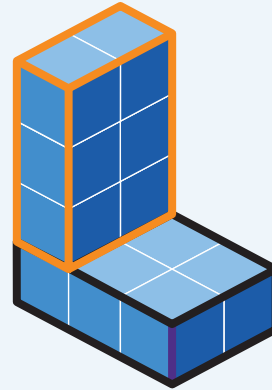
- $3 \times 4 \times 5$
- $12 \times 5$
- $20 \times 3$
- $15 \times 4$

- Vimos que podemos usar **unidades cúbicas** de diferentes tamaños, como pulgadas cúbicas y pies cúbicos, para medir el volumen de un objeto. Si bien la medida puede tener un valor diferente, el volumen es el mismo.

Las figuras que no son prismas rectangulares pueden estar compuestas por prismas rectangulares. El volumen de la figura es la suma de los volúmenes de los prismas y el resultado es el mismo, independientemente de cómo esté compuesta la figura.



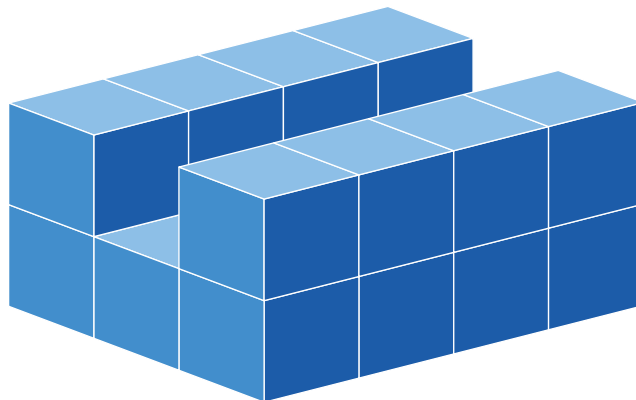
**prisma izquierdo:** 8 cubos unitarios  
**prisma derecho:** 4 cubos unitarios  
**volumen:** 12 unidades cúbicas



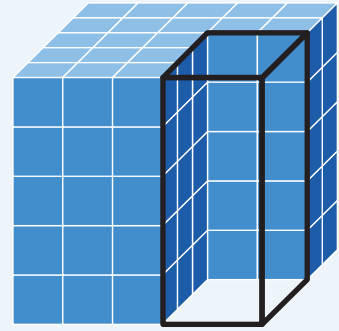
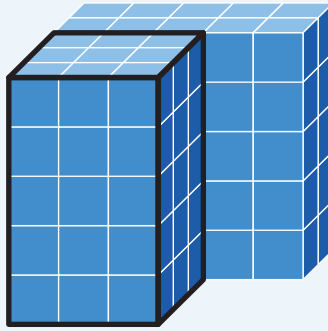
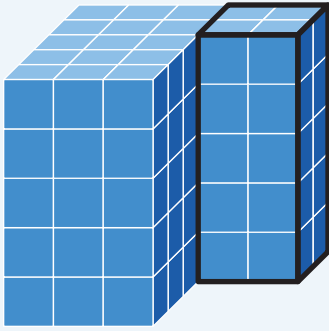
**prisma superior:** 6 cubos unitarios  
**prisma inferior:** 6 cubos unitarios  
**volumen:** 12 unidades cúbicas

## Práctica

En los problemas 1 y 2, utiliza la figura.



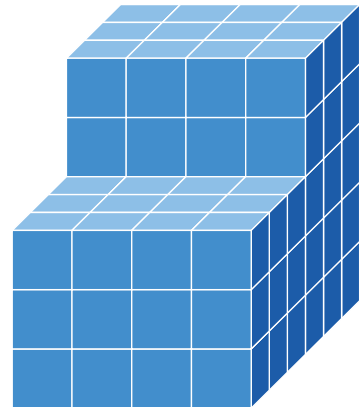
El volumen de una figura compuesta por prismas rectangulares se puede determinar descomponiendo la figura en prismas. El volumen también se puede determinar rellenando un espacio vacío, lo que equivale a formar un prisma completo.



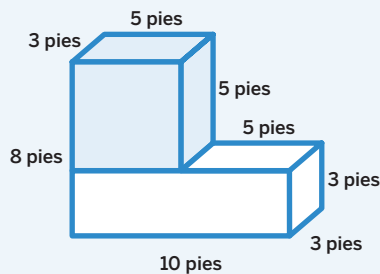
## Práctica

1 Determina el volumen de la figura.

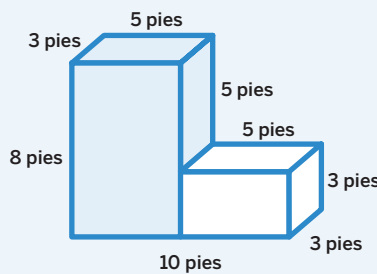
- (A) 24 unidades cúbicas
- (B) 96 unidades cúbicas
- (C) 106 unidades cúbicas
- (D) 144 unidades cúbicas



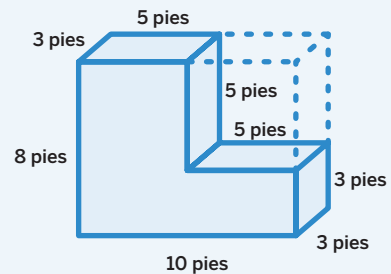
Puedes utilizar las mismas estrategias para resolver un problema de volumen, ya sea que tengas una imagen con o sin cubos unitarios. Dependiendo de la estrategia que utilices, el volumen de la figura se representará con diferentes expresiones o ecuaciones.



$$(5 \times 3 \times 5) + (10 \times 3 \times 3) \\ 75 + 90 = 165$$



$$(5 \times 3 \times 8) + (5 \times 3 \times 3) \\ 120 + 45 = 165$$

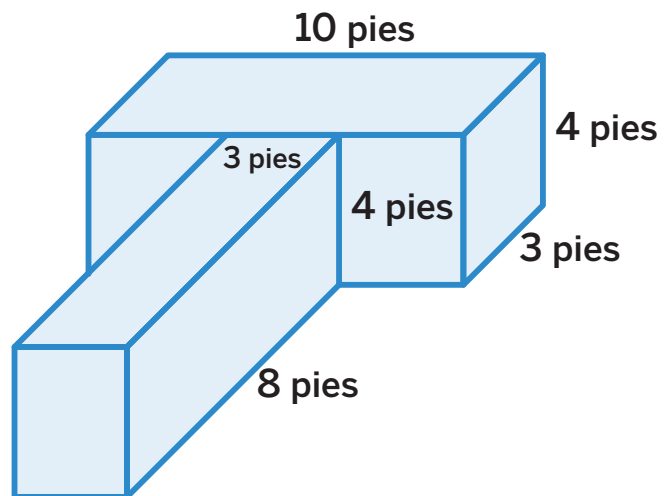


$$(10 \times 3 \times 8) - (5 \times 3 \times 5) \\ 240 - 75 = 165$$

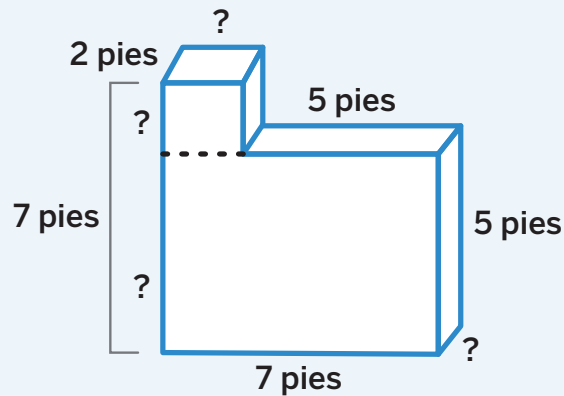
## Práctica

- 1 Selecciona *todas* las expresiones que representan el volumen de la figura.

- (A)  $(40 \times 3) + (12 \times 8)$
- (B)  $96 + 120$
- (C)  $(4 \times 8 \times 3) + (4 \times 10 \times 3)$
- (D)  $(30 \times 4) + (3 \times 32)$
- (E)  $(10 \times 4 \times 8) + (9 \times 4)$



Al determinar el volumen de un cuerpo geométrico, es posible que debas hallar algunas longitudes de lado. Puedes calcular el volumen de una figura una vez que conoces las dimensiones de los prismas que la componen.



volumen:  $(2 \times 2 \times 2) + (7 \times 2 \times 5)$

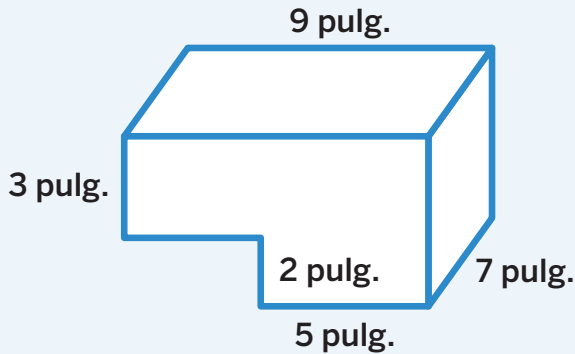
## Práctica

1 Determina el volumen de la figura.

 Muestra o explica tu razonamiento.

respuesta: \_\_\_\_\_

Puedes usar lo que sabes sobre la fórmula  $V = \ell \times w \times h$  para explicar que hay distintas expresiones que representan el volumen de una figura compuesta por prismas.



$$(9 \times 7 \times 3) + (5 \times 7 \times 2)$$

$$(4 \times 7 \times 3) + (5 \times 7 \times 5)$$

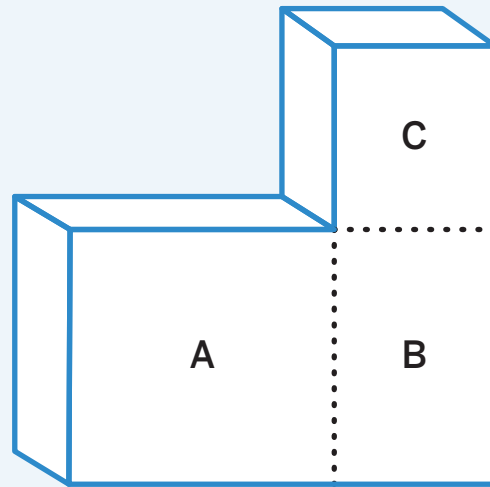
$$(9 \times 7 \times 5) - (4 \times 7 \times 2)$$

## Práctica

1 Demuestra que la expresión representa el volumen de la figura.

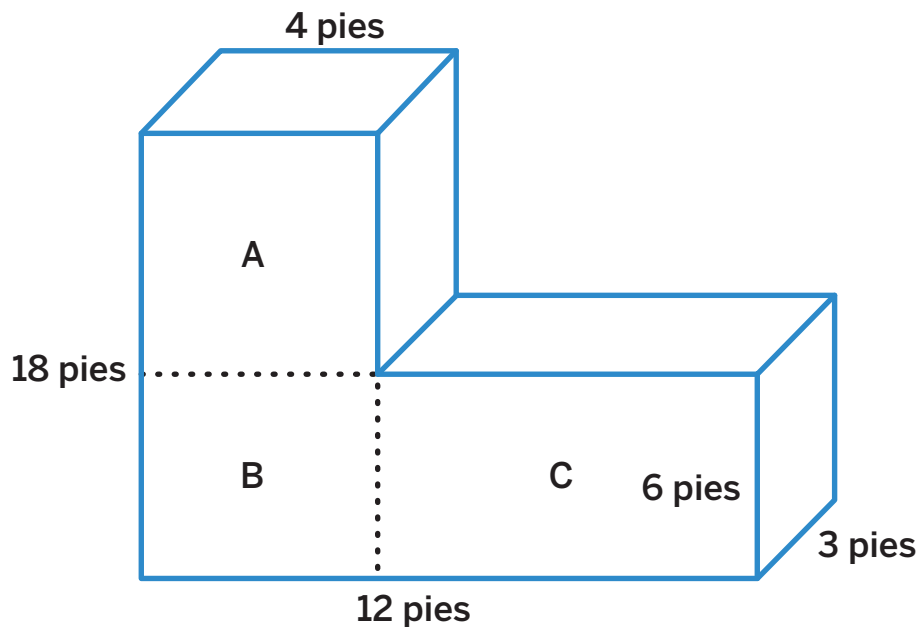
**i** Muestra tu razonamiento.

Puedes aplicar los atributos conocidos de los prismas rectangulares a la fórmula  $V = \ell \times w \times h$  para determinar el volumen de un cuerpo geométrico formado por esos prismas.



## Práctica

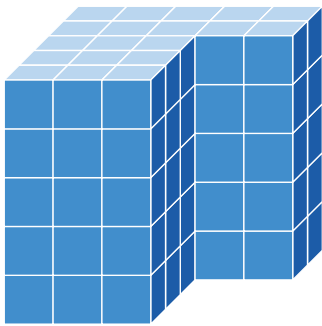
Utiliza la figura en los problemas 1 y 2.



## Subunidad 3 | Resumen

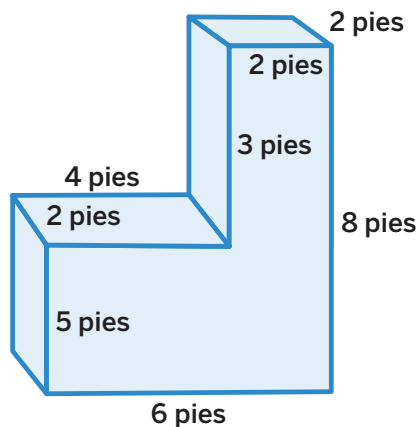
### En esta subunidad . . .

- Vimos que una figura compuesta de 2 o más prismas rectangulares usualmente puede descomponerse en prismas rectangulares de diferentes maneras. El volumen de la figura original es la suma de los volúmenes de los prismas rectangulares.



Prisma	Volumen del prisma (unidades cúbicas)	Volumen de la figura (unidades cúbicas)
izquierda	$3 \times 5 \times 5 = 75$	$75 + 20 = 95$
derecha	$2 \times 2 \times 5 = 20$	
frente	$3 \times 3 \times 5 = 45$	$45 + 50 = 95$
reverso	$5 \times 2 \times 5 = 50$	

- Escribimos expresiones de multiplicación para representar diferentes estrategias, tales como descomponer una figura en prismas rectangulares o completar un prisma rectangular con la pieza que falta. A veces necesitamos determinar algunas longitudes de lado para calcular el volumen de modo que refleje la estrategia que elegimos.



### Expresiones

$$(6 \times 2 \times 5) + (2 \times 2 \times 3)$$

$$(16 \times 2) + (8 \times 5)$$

$$(8 \times 6 \times 2) - (4 \times 3 \times 2)$$

 **Sugerencia matemática:** El volumen de la figura original es el mismo, independientemente de la estrategia que utilices.